



**HAL**  
open science

## Accessibilité didactique et dynamique topogénétique: une étude de cas

Teresa Assude, Jean-Michel Perez, Géraldine Suau, Jeannette Tambone,  
Alette Vérillon

### ► To cite this version:

Teresa Assude, Jean-Michel Perez, Géraldine Suau, Jeannette Tambone, Alette Vérillon. Accessibilité didactique et dynamique topogénétique: une étude de cas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2014, 34 (1), pp.33-57. hal-01798756

**HAL Id: hal-01798756**

**<https://amu.hal.science/hal-01798756>**

Submitted on 23 May 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ACCESSIBILITE DIDACTIQUE ET DYNAMIQUE  
TOPOGENETIQUE : UNE ETUDE DE CAS

Teresa Assude\*, Jean-Michel Perez\*\*, Géraldine Suau\*\*\*,  
Jeannette Tambone\* & Alette Vérillon\*

DIDACTICAL ACCESSIBILITY AND TOPOGENESIS DYNAMICS : A  
CASE STUDY

**Abstract** – We compare two teaching sessions on the additive decomposition of a number - called "target number" situation - with a group of cognitive-disabled students. This comparison shows the importance of the topogenesis dynamics to create conditions for didactical accessibility. We identify three of these conditions which are not necessarily specific of that institution CLIS (classes for inclusive education), but thanks to them the mathematical knowledge acquires a central position in the educational project for these students.

**Key words:** didactical accessibilty, topogenesis dynamics, mathematics, number, inclusive education.

ACESIBILIDAD DIDACTICA Y DINAMICA TOPOGENETICA : UN  
ESTUDIO DE CASO

**Resumen** – Comparamos dos sesiones de enseñanza sobre la descomposición aditiva de un número - la situación llamada "el número objetivo" - con un grupo de alumnos con discapacidad cognitiva. Esta comparación nos permite mostrar la importancia de la dinámica topogenética para crear las condiciones de la accesibilidad didáctica. Identificamos tres de estas condiciones que no son necesariamente específicas de la institución CLIS (clases para la educación inclusiva), pero ellas permiten poner los conocimientos matemáticos en el centro del proyecto educativo para esos alumnos.

**Palabras-claves:** accesibilidad didáctica, dinámica topogenética, matemática, número, educación inclusive.

---

\* ADEF, Université d'Aix-Marseille & IFE-ENS Lyon -

[teresa.dos-reis-assude@univ-amu.fr](mailto:teresa.dos-reis-assude@univ-amu.fr); [jane.tambone@wanadoo.fr](mailto:jane.tambone@wanadoo.fr);  
[aliette.verillon@orange.fr](mailto:aliette.verillon@orange.fr)

\*\* LISEC, Université de Lorraine - [jean-michel.perez@univ-lorraine.fr](mailto:jean-michel.perez@univ-lorraine.fr)

\*\*\* EPSAM, Université de Lorraine - [geraldine.suau@wanadoo.fr](mailto:geraldine.suau@wanadoo.fr)

## RESUME

Dans cet article, on compare deux séances d'enseignement sur la décomposition additive d'un nombre - la situation dite du « nombre cible » - avec un groupe d'élèves ayant des troubles des fonctions cognitives. Cette comparaison nous permet de montrer l'importance de la dynamique topogénétique pour créer des conditions d'accessibilité didactique. Trois de ces conditions seront mises en évidence, conditions qui ne sont pas forcément spécifiques à l'institution CLIS (Classes pour l'inclusion scolaire), mais qui permettent de resituer les savoirs mathématiques au cœur du projet éducatif pour ces élèves.

**Mots-Clés:** accessibilité didactique, dynamique topogénétique, mathématiques, nombre, éducation inclusive.

## INTRODUCTION

La loi de février 2005 « pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées » a renforcé le droit des élèves handicapés à l'éducation et à la scolarisation. Le droit à l'accessibilité et à la compensation fait partie des piliers de cette loi. Ces principes se traduisent, entre autres, par le droit à l'inscription dans l'établissement scolaire le plus proche du domicile, la mise à disposition de matériel pédagogique adapté, dans certains cas à des aides humaines spécialisées. Par ailleurs, plusieurs rapports (Blanc 2007, Blanc 2011, Champion & Debré 2012) mettent en évidence la diversité de l'application de cette loi. Le constat général dressé sur la politique menée localement par les services de l'éducation nationale dépend de plusieurs facteurs dont : l'importance accordée à la scolarisation en milieu ordinaire par l'inspecteur d'académie dans son département ; le rôle plus ou moins important dévolu à l'inspecteur ASH (adaptation et scolarisation des élèves handicapés) ; les moyens mis en œuvre (nombre d'enseignants référents et d'enseignants spécialisés, nombre de CLIS<sup>1</sup> et d'ULIS<sup>2</sup> tout comme le degré de formation des enseignants. Ces différents rapports indiquent bien la difficulté pour de nombreux élèves en situation de handicap de suivre un parcours de scolarisation dans des conditions acceptables. Ces parcours de scolarisation heurtés sont d'ailleurs « révélateurs de failles du système actuel et signent encore l'échec de l'accompagnement en milieu ordinaire » (Champion & Debré 2012). Dans ces conditions, on comprend aisément que la loi de 2005 qui a suscité tant d'espoir puisse être source de malentendus. Sa mise en œuvre n'est pas seulement une question de bonne volonté, elle confronte, dans la pratique, les acteurs à des obstacles qu'on ne peut négliger.

L'importance accordée à la notion d'accessibilité dans la loi renvoie à la préoccupation forte de rendre possible « l'accès à tout pour tous ». Or, dans le cadre de l'éducation nationale, c'est une accessibilité aux savoirs et à la connaissance qui est visée. Si l'accent a souvent été mis sur l'accès de n'importe quel enfant ou jeune à l'établissement scolaire le plus proche de son domicile, il ne faut pas

---

<sup>1</sup> Classes pour l'inclusion scolaire

<sup>2</sup> Unités localisées pour l'inclusion scolaire

oublier que l'accès au savoir est aussi celui des situations d'enseignement et d'apprentissage proposées.

Nous considérons que l'accessibilité didactique est l'ensemble des conditions qui permettent aux élèves d'accéder à l'étude des savoirs : formes d'étude, situations d'enseignement et d'apprentissage, ressources, accompagnements, aides...

L'un de nos objets d'étude est celui de l'accessibilité didactique, non seulement par le biais des situations mais aussi par l'étude des contrats associés à ces situations et institutions. Notre hypothèse est que la scolarisation des élèves en situation de handicap (et notamment l'accessibilité didactique) ne va pas de soi pour les enseignants, qu'il s'agisse de ceux qui exercent en milieu ordinaire ou de ceux qui travaillent dans des dispositifs spécifiques.

Dans cet article, nous allons nous intéresser à cette question de l'accessibilité didactique à partir de l'étude de la dynamique topogénétique. Nos questions sont alors : quelles sont les situations mathématiques « favorables » pour rendre possible l'accès au savoir ? Quels sont la place et le rôle des acteurs (enseignant-élèves) pour créer des conditions d'accessibilité didactique ?

Pour aborder nos questions, nous précisons d'abord notre dispositif de recherche et cadre théorique, ensuite nous analyserons deux séances de classe correspondant à une même situation mathématique (le « nombre cible ») mais comportant des différences du point de vue des formes d'étude. Ces analyses nous permettront de discuter des conditions favorables ou défavorables à l'accessibilité didactique à partir de la dynamique topogénétique.

#### DISPOSITIF DE RECHERCHE

Ce travail est fait dans le cadre d'un projet de recherche sur le long terme qui s'intitule « Pratiques inclusives dans les mathématiques scolaires » (PIMS). L'un des buts génériques du projet PIMS est d'étudier les pratiques des enseignants dans des classes accueillant des élèves handicapés et certains effets de ces pratiques sur les apprentissages mathématiques de ces élèves.

Nous avons travaillé avec des CLIS (Classes pour l'inclusion scolaire) qui sont des classes intégrées dans des écoles primaires en France qui accueillent des élèves en situation de handicap. Le nombre d'élèves dans ces **CLIS** est plus réduit que dans des classes ordinaires car il y a une grande diversité d'élèves qui y sont présents :

L'effectif des CLIS, comptabilisé séparément des autres élèves de l'école pour les opérations de la carte scolaire, est limité à 12 élèves. Toutefois, l'inspecteur d'académie, directeur des services départe-

mentaux de l'Éducation nationale (I.A.-D.S.D.E.N.) peut décider, après avis de l'inspecteur de circonscription, de limiter l'effectif d'une CLIS donnée à un nombre sensiblement inférieur si le projet pédagogique de la classe ou si les restrictions d'autonomie des élèves qui y sont inscrits le justifient.<sup>3</sup>

Malgré ce nombre réduit, les enseignants qui interviennent dans ces classes – pour la plupart des enseignants spécialisés – disent souvent avoir des difficultés à gérer l'ensemble comme un groupe-classe. Ainsi, l'une des formes d'étude qu'on observe souvent dans des CLIS est l'enseignement individualisé. Les élèves travaillent seuls ou alors en interaction avec un adulte : enseignant ou autre, par exemple une Auxiliaire de Vie Scolaire (AVS).

Pour étudier ces pratiques, nous avons mis en place un dispositif de recherche et formation qui alterne des séances d'analyse de besoins, de présentation ou conception de situations d'enseignement, des mises en œuvre et observations dans les classes, des analyses de pratiques à partir des vidéos. Notre dispositif comporte sept étapes (voir pour plus de détails Assude & al. 2011):

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7
Représentations et analyse de besoins	Travail sur des situations	Séances filmées dans les classes	Analyse des pratiques	Travail sur des situations	Séances filmées dans les classes	Analyse des pratiques

Tableau 1. - Etapes du dispositif

Notre dispositif concerne au départ quatre enseignantes et quatre classes CLIS avec lesquelles nous travaillons depuis l'année 2009/2010. Le recueil de données a été fait à toutes les étapes du dispositif. Nous avons ainsi des films des séances des sept étapes (classe, séances de formation), des entretiens des enseignantes ante et post séance en classe, des entretiens de certains élèves post séance de classe, des fiches de préparations des enseignantes et des productions d'élèves.

Dans cet article, nous allons nous intéresser à deux séances de classe de l'étape S6 de notre dispositif, qui ont lieu pendant l'année scolaire 2010-2011, dans une CLIS 1, classe destinée aux élèves dont la situation de handicap procède de troubles des fonctions cognitives.

Le choix de ces séances est relatif au fait que l'enseignante a décidé pour la première fois d'utiliser une situation qu'elle a prise

<sup>3</sup> Circulaire n° 2009-087 du 17-7-2009 (BO n°31 du 27/08/2009).

dans une ressource existante pour les élèves de CP<sup>4</sup>. Il s'agit de la publication de la collection ERMEL sur les apprentissages numériques pour le CP. Ce choix est une conséquence du dispositif de formation qui accompagne le dispositif de recherche et ce point a été développé ailleurs (Assude & al. 2014). Précisons seulement ici que l'utilisation de cette ressource était considérée, jusque-là par l'enseignante comme non pertinente car les situations proposées étaient estimées trop difficiles et inaccessibles pour ses élèves de CLIS.

#### ELEMENTS THEORIQUES

Les éléments théoriques que nous allons utiliser sont issus du cadre de la théorie anthropologique du didactique (Chevallard 1999) et de la théorie de l'action conjointe (Sensevy & Mercier 2007). Dans une institution, selon leurs fonctions et leurs missions, les acteurs peuvent venir occuper plusieurs places. Par exemple, dans une classe en tant qu'institution, il y a classiquement deux places qui sont prévues, celle d'« enseignant » et celle d'« élève ». Dans une classe qui accueille des élèves en situation de handicap, une autre place peut exister, celle de l'aide (par exemple l'auxiliaire de vie scolaire, AVS).

Nous allons distinguer trois notions pour décrire les actions conjointes enseignant-élèves du point de vue de la topogénèse (Chevallard 1999), celles de *topos*, de positions et de rôles.

Les *topos* dans une institution donnée sont constitués par l'ensemble des places prévues et légitimées institutionnellement. Le *topos* indique non seulement ce qui est attendu dans telle place mais aussi un intervalle d'actions possibles et acceptables non loin de ces attentes. Ce *topos* peut être décrit en termes de rapport institutionnel et de praxéologie (Chevallard 1999). Par exemple, dans la place « élève », dans une classe ordinaire il y a un intervalle d'acceptabilité de certaines actions (notamment dans la manière de s'exprimer) qui est un peu différent si cette classe accueille un élève ayant des troubles qui l'amènent à crier lorsqu'il est dans des situations de frustration. La « frontière topogénétique » est ainsi floue et flexible car le *topos* de l'enseignant ou celui de l'élève peut se déplacer, augmenter, diminuer.

Nous distinguons *topos* et *position* pour indiquer avec cette dernière la manière dont un acteur investit une certaine place institutionnelle. Il ne suffit pas de remplir les conditions pour occuper une certaine place mais il est nécessaire que l'acteur puisse « prendre position » dans cette place. Par ailleurs, les acteurs peuvent occuper

---

<sup>4</sup> Cours Préparatoire qui accueille des élèves de 6 ans.

un topos en ayant des positionnements différents : position haute, médiane ou basse selon leur investissement dans les actions. Ces positions peuvent changer selon les moments dans l'institution et la description de ces positions nous paraît importante. Un certain nombre de travaux d'une équipe genevoise (Schubauer-Leoni & al. 2007) a commencé à le faire en précisant certains indicateurs relatifs à la « gestion des positions topogénétiques du professeur à propos du faire, du dire, du prouver ». Quatre positions ont été ainsi mises en avant à partir d'analyses de la situation « la course à 20 » (Brousseau 1998) : la *postulation mimétique* lorsque le professeur se met au niveau des élèves et/ou de la classe ; la *mise à distance* (ou retrait) lorsque la classe et/ou les élèves travaillent sans intervention du professeur ; le *surplomb topogénétique* lorsque le professeur statue sur la pertinence du dire, du faire et du prouver ; la *coalition* lorsque le professeur « joue avec » un élève contre la classe, ou avec la classe contre un élève.

Notre troisième notion, celle de *rôle*, indique les fonctions ou les moyens par lesquels l'acteur peut prendre position ou un certain positionnement. Par exemple tel professeur assume une position basse en ayant un rôle d'observateur du travail de l'élève. Ou alors, pour faire travailler une situation adidactique (Brousseau 1998), il est requis du professeur, une position basse ou de mise à distance avec un enjeu, pour chacun des élèves, de pouvoir prendre une certaine puissance d'occuper de l'espace et donc d'assumer une position haute.

La description de ces différentes positions permet de montrer que l'asymétrie des topos de l'enseignant et de l'élève est variable car la distance entre les topos n'est pas toujours la même.

Questionner notre recueil de données du point de vue de la *dynamique topogénétique*, soit en étudiant le rapport des topos, positions et rôles des différents acteurs dans l'espace didactique, nous permet de situer notre travail dans le champ de débat actuel sur les conditions favorables ou non à l'accessibilité didactique.

Ainsi, nous allons analyser les séances de classe du point de vue de la topogénèse à partir des éléments suivants : qui fait quoi ? Quelles praxéologies ? Qui a la responsabilité de quoi ? Qui travaille avec d'autres ? Comment ? Quels sont les positions et les rôles présents ? Par ce biais nous essaierons de préciser certaines règles du contrat didactique qui sous-tend le travail dans ces séances.

## SITUATION MATHÉMATIQUE ET ANALYSE A PRIORI

**Une situation prise dans ERMEL CP**

Nos observations concernent deux séances sur le « nombre-cible ». Il s'agit d'atteindre un nombre donné (le nombre-cible) en un certain nombre de coups (par exemple deux ou trois). L'enjeu mathématique est de décomposer additivement un nombre donné. Voilà la description faite dans ERMEL CP (1991, p. 143), ressource utilisée par l'enseignante :

Un nombre est proposé aux joueurs : c'est le nombre-cible, celui qu'il faut atteindre en un nombre déterminé de coups (3, par exemple). Chaque joueur à tour de rôle choisit une carte parmi un lot de cartes portant des nombres et reçoit autant de jetons (ou marque autant de points) que le nombre indiqué sur la carte. Le gagnant est celui qui a le nombre de jetons (ou de points) correspondant au nombre-cible.

Dans ERMEL, il y a trois jeux prévus : sans joker, avec joker et parties simulées. Par exemple, dans le cas du jeu sans joker, les élèves peuvent choisir les cartes (nombre de jetons) dans un certain nombre de cartes variables (par exemple cartes de 1 à 6) tandis que dans le jeu avec joker il y a une carte blanche qui peut représenter n'importe quel nombre. Il y a aussi trois phases prévues : la première concerne la découverte et l'appropriation du jeu et les élèves jouent ensemble ; lors de la deuxième les élèves jouent individuellement au sein de groupes homogènes ; la troisième est celle de l'évaluation où il s'agit de vérifier si les élèves ont compris les règles du jeu et le fait que le choix des nombres n'est pas aléatoire. Le matériel prévu pour ce jeu consiste essentiellement en jetons et cartes portant des nombres représentés (en chiffres), et éventuellement une bande numérique.

### **Analyse a priori**

Nous allons présenter une triple analyse a priori de cette situation (Assude & Mercier 2007) : a) analyse descendante du point de vue des attentes institutionnelles ; b) analyse ascendante du point de vue des acteurs-élèves (praxéologies mathématiques) ; c) analyse ascendante du point de vue des acteurs-professeurs (projet et problèmes professionnels pour le professeur).

Le type de tâche T correspondant à ce jeu est de décomposer un nombre en une somme de trois nombres car il fallait jouer en trois coups. C'est un type de tâche qui fait partie des attentes institutionnelles du cycle 2.

Plusieurs techniques sont possibles pour accomplir ce type de tâche :

- $\tau_1$  (aléatoire trois) : choix aléatoire de trois nombres parmi les nombres possibles ;
- $\tau_2$  (aléatoire deux) : choix aléatoire pour les deux premiers nombres (parmi les possibles), somme de ces deux nombres et surcomptage pour trouver le troisième nombre ;
- $\tau_3$  (variation de  $\tau_2$ ) :  $\tau_2$  avec le fait de trouver le troisième nombre par différence ;
- $\tau_4$  (aléatoire un) : choix aléatoire du premier nombre et surcomptage pour trouver le deuxième et ensuite le troisième ;

$\tau_5$  (décomposition doigts) : décomposition du nombre en utilisant les doigts ;

$\tau_6$  (décomposition bande) : décomposition du nombre en utilisant la bande numérique ;

$\tau_7$  (variations diverses) : variations des techniques  $\tau_2$ ,  $\tau_4$  et  $\tau_6$ , par exemple choix aléatoire du premier nombre et utilisation de la bande pour trouver les deux autres ;

$\tau_8$  (répertoire additif) : utilisation de certains résultats du répertoire additif, par exemple pour 12 : on sait que  $5+5=10$ , et on ajoute encore 2.

Certaines de ces techniques peuvent être accompagnées d'un discours. Ce n'est pas forcément un discours technologique (soit un discours sur la technique) mais un discours qui décrit la technique (discours de la technique). Etant donné la difficulté de certains élèves des CLIS 1 pour parler et s'exprimer, ce seront plutôt des techniques muettes ou faibles (Assude & Mercier 2007) qui probablement seront mises en œuvre par les élèves. Certains élèves ayant des problèmes de mémoire, et besoin d'un support matériel, nous pensons que les techniques les plus probables sont celles qui utilisent les doigts d'abord, et ensuite celles qui utilisent la bande numérique. La technique  $\tau_1$  « aléatoire trois » est probablement celle qui est la plus utilisée par les élèves qui n'ont pas compris les règles du jeu.

Le professeur peut rencontrer plusieurs problèmes dans la gestion de cette situation. Nous allons en indiquer quelques-uns qui sont relatifs au point de vue topogénétique. Le premier est celui de laisser une place aux élèves et de mettre en œuvre un jeu où les élèves puissent s'engager en première personne. Le deuxième problème est celui de permettre aux élèves de rentrer dans le jeu et de faire comprendre les règles du jeu. Le troisième est relatif à l'organisation du milieu et notamment au milieu matériel : est-il le même que celui prévu dans la ressource ou y a-t-il des ajouts, des adaptations par rapport aux besoins des élèves ? Le quatrième est celui de faire expliciter les discours de la technique car cela semble difficile. Le cinquième est celui du choix de la forme d'étude, notamment le choix du travail individuel ou en groupe. Le sixième problème est celui de faire travailler les élèves en groupe de manière à ce qu'ils respectent les règles du travail en groupe. Le septième est celui de la gestion des groupes pour que chacun puisse trouver une place reconnue par les autres et qu'il se sente autorisé à donner son point de vue.

Le nombre de ces problèmes n'est pas exhaustif mais ceux-là nous permettent de guider notre analyse.

En ce qui concerne le projet de l'enseignante, le choix de cette situation tient d'abord au fait que l'enseignante voulait travailler les

mathématiques à partir de jeux et le choix d'une situation ERMEL lui paraissait, après les séances de formation, possible. Dans sa progression avec ce groupe d'élèves, elle voulait passer du dénombrement au calcul. Ainsi, son choix s'est porté sur une situation qui travaille les décompositions additives d'un nombre tout en s'aidant de supports matériels étant donné les problèmes de mémoire de ces élèves. Elle décide de garder l'organisation proposée dans la ressource ERMEL avec des cartes (permettant de garder en mémoire le nombre choisi à chaque étape) et des jetons, (permettant à la fin de vérifier si on a trouvé le nombre de départ). Les élèves ne peuvent pas utiliser les jetons pour trouver les nombres et les différentes couleurs leur permettent de se repérer par rapport à chaque coup.

#### SYNOPSIS ET INTRIGUE DIDACTIQUE

Les deux séances (nommées ici  $S_1$  et  $S_2$ ) observées sur le « nombre cible » ont eu lieu les 11 et 25 mars 2011 avec un groupe de cinq élèves (Nathan, Marie, Jean, Lena, Victor). Avant  $S_1$ , il y a une première séance où les élèves ont pris connaissance des règles du jeu et ont joué avec 10 comme nombre cible. Entre  $S_1$  et  $S_2$ , il y a eu aussi une autre séance, et après  $S_2$ , d'autres séances ont eu aussi lieu. Pendant l'année 2011-2012, l'enseignante a continué à proposer cette situation à trois de ces élèves (les deux autres étant partis) et à trois autres élèves qui sont arrivés.

Les cinq élèves ont des âges compris entre 7 et 12 ans, et ont des problèmes de mémoire et d'attention. Ils savent dénombrer des petites collections (selon les élèves, cela va de 15 à 50) et certains ne reconnaissent pas le nombre en écriture chiffrée (par exemple, ils confondent 12 et 21). Donc le dénombrement semble « acquis » pour de petits nombres ( $<10$ ), et ils peuvent additionner des petites quantités ( $<5$ ) en dénombrant le tout. Dans le « nombre cible », on doit additionner trois nombres en partant de la somme. Ainsi cette situation est nouvelle et problématique pour ces élèves.

#### **Séance $S_1$**

Les élèves travaillent individuellement et chacun a comme matériel :

- une fiche cartonnée divisée en 4 espaces, un espace pour écrire le nombre total et trois espaces de couleurs différentes correspondant aux trois composantes de la partie : choix de jetons rouges, de jetons jaunes, de jetons bleus ;
- des étiquettes avec des nombres jusqu'à 6 (une seule étiquette par nombre).

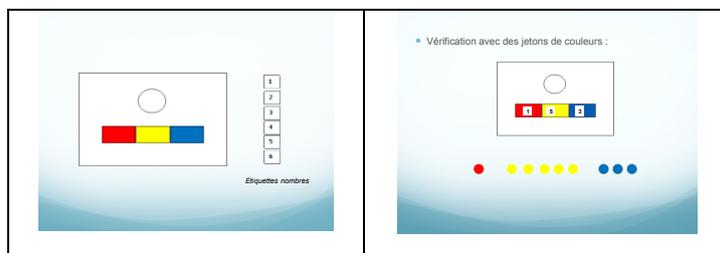


Figure 1. - Matériel du « nombre cible »

La maîtresse montre les planches individuelles, et dessine un rond au tableau pour indiquer que c'est là qu'elle écrira le nombre cible. Elle rappelle les règles du jeu, en montrant sur la planche que les trois coups correspondent aux trois couleurs. Les élèves doivent demander un nombre de jetons rouges en mettant l'étiquette correspondante dans la case rouge de la planche, la maîtresse donne à chacun le nombre de jetons correspondant, et ensuite on refait la même chose pour les jetons jaunes et les jetons bleus. Lorsqu'ils ont demandé tous les jetons, ils doivent écrire le total de jetons sur la planche. Ensuite la maîtresse vérifie avec chaque élève s'il a ou non gagné le jeu, soit si le nombre cible a été atteint ou non. Pendant la vérification individuelle, les autres élèves regardent (plus ou moins attentivement) les réponses des autres. Ce schéma est repris pour les deux jeux de cette séance.

La séance  $S_1$  dure 21 minutes, et deux jeux sont proposés successivement : dans le premier, le nombre cible est 10 ; dans le deuxième c'est 12.

Voilà le synopsis de la séance  $S_1$  :

Temps (en minutes)	Tâches	Actions
0-4min	T1 : nombre cible 10	La maîtresse présente le matériel en rappelant les règles du jeu
4 – 9min		Les élèves à tour de rôle (Victor, Lena, Jean, Marie, Nathan) demandent le nombre de jetons rouges, la maîtresse leur donne ce nombre, et on refait la même chose pour les jetons jaunes et bleus
9 – 13min		La maîtresse vérifie avec chaque élève sa réponse en leur demandant le nombre de jetons rouges, jaunes et bleus et ensuite le total. Chaque élève répond aux questions et dénombre le nombre

		total de jetons. Les autres regardent lorsqu'ils ne sont pas concernés. Elle marque un point au tableau pour ceux qui ont gagné.
13-17min	T2 : nombre cible 12	Même chose qu'auparavant mais la maîtresse commence par Nathan, et ensuite Marie, Jean, Lena et Victor.
17-21min		Même type de vérification qu'auparavant

Tableau 2

Nous allons indiquer, pour chaque élève, le nombre de jetons demandés (jetons rouges R ; jetons jaunes J, jetons bleus B) et le nombre total qu'ils ont écrit sur la planche.

Elèves	Nombre cible : 10				Nombre cible : 12			
	R	J	B	Total	R	J	B	Total
Victor	6	5-4	1	10	6	5	1	12
Lena	6	5	1	13	5	1	2	8
Jean	4	5	1	10	5	4	1	12
Marie	4	1	5	10	6	5	1	12
Nathan	4	1	5	10	6	2	5	12

Tableau 3

Ajoutons ici quelques observations qui ont été faites. Au premier coup du premier jeu, Lena (qui est à côté de Victor) répond la même chose que lui, de même pour Nathan relativement à Marie. Le deuxième coup, Nathan répond avant Marie et Lena avant Victor, donc ils répondent sans faire appel aux autres. Victor, au deuxième coup des jetons jaunes, se rend compte qu'il dépasse le nombre cible, et la maîtresse le laisse changer : il change de 5 à 4, ce qui fait 10 jetons. Il ne tient pas compte à ce moment-là du troisième coup. Nous précisons les techniques utilisées par les élèves dans la prochaine partie.

Dans « l'entretien post » relatif à cette séance, l'enseignante constate les échecs d'une des élèves, ses doutes sur les compétences d'un autre et son incapacité à saisir les raisons de leurs difficultés. À l'issue de nos échanges, l'enseignante décide de proposer pour la séance S<sub>2</sub> un travail en groupe organisé de façon à susciter des interactions entre élèves et ainsi à rendre plus visible leur mode d'investissement de l'activité.

### Séance S<sub>2</sub>

Les élèves sont répartis en deux groupes : le groupe de deux filles (Lena, Marie) et le groupe de trois garçons (Jean, Nathan, Victor). Pour chaque groupe, il y a le même matériel que dans S<sub>1</sub> mais un seul par groupe.

Pendant la séance  $S_2$  qui dure 31 minutes, il y a eu trois jeux : dans le premier, le nombre-cible était 7, dans le deuxième 9 et dans le troisième 13. Chacune de ces parties a duré environ 10 min avec le temps de la mise en commun. L'enseignante écrit le nombre-cible au tableau, ensuite chaque groupe travaille indépendamment et finalement une mise en commun collective est faite. Le travail en groupe dure entre 2 et 3 minutes. Le synopsis de cette séance est le suivant :

Temps	Tâches	Actions
0-3min		Rappel des règles du jeu et distribution du matériel
3-11min	T3 : 7	Les élèves travaillent en petit groupe et doivent donner une seule réponse par groupe. La maîtresse donne les jetons demandés. Ils doivent écrire le nombre total. Ensuite la maîtresse vérifie avec le groupe la réponse, et l'autre groupe regarde.
11-21min	T4 : 9	Même déroulement
21-31min	T5 : 13	Même déroulement

Tableau 4

Précisons que ce n'est pas cette forme d'étude (travail de groupe) que cette enseignante a l'habitude de mettre en place pour les élèves. La forme usuelle est essentiellement un enseignement individualisé (enseignante - un élève) ou frontal (groupe d'élèves qui répond aux questions de l'enseignante). Les élèves n'ont pas l'habitude de travailler les uns avec les autres.

#### ATTRIBUTION DE ROLES ET PRISE DE POSITION

Dans la séance  $S_1$ , les élèves travaillent individuellement, chacun a son matériel et doit donner une réponse. L'enseignante attribue ainsi un rôle de producteur de réponse à chaque élève ce que chacun fait par la suite, comme nous pouvons le voir dans le tableau des réponses. Cette attribution de rôle est une attribution institutionnelle, au sens où c'est l'enseignante qui légitime le fait que chacun doit/peut donner une réponse. Les élèves n'ont pas à se poser des questions sur cette attribution. Dans la séance 2, par contre, le rôle de producteur de réponse est attribué au groupe : « une seule réponse du groupe ». Dans ce cas, le partage des responsabilités dans le groupe n'est pas immédiat et nous verrons en détail dans la partie suivante comment cela se fait différemment dans les deux groupes.

L'attribution de ce rôle en  $S_1$  permet-il aux élèves de prendre position ? Les cinq élèves ne s'engagent pas de la même manière dans le jeu et la production de réponse. Au premier jeu, deux élèves (Lena et Nathan) donnent exactement la même réponse que Victor et Marie respectivement. Au deuxième jeu, ils passent avant et ne peuvent pas faire de même. Les observations du travail de Lena et Nathan montrent qu'ils ne prennent pas la même position. Lena donne une réponse avec une technique « aléatoire trois », trois nombres au hasard, choisis par imitation (6,5,1) pour 10 ou en prenant des étiquettes d'une manière aléatoire (5,1,2) pour 12. Il est significatif que lorsque Victor a changé les 5 en 4 jetons jaunes, elle n'a pas réagi et a gardé le 5. Lena n'a pas encore compris les règles définitoires du jeu, elle n'est pas en position de prendre la responsabilité de produire une réponse raisonnée. Nathan, par contre, a compris les règles définitoires du jeu et il est en position de prendre la responsabilité de donner une réponse : au premier jeu, il imite Marie mais au deuxième on le voit prendre une étiquette tout de suite et ensuite utiliser ses doigts (technique mixte « aléatoire un » et « décomposition doigts »). Il se trompe d'une unité mais il pensait peut-être qu'il avait 12 jetons car il écrit 12 sur sa planche. Marie a pris position dans le jeu en assumant son rôle de producteur d'une réponse raisonnée et en utilisant une technique « décomposition avec doigts ». Dans un entretien fait avec cette élève, elle nous a dit qu'elle trouvait son premier nombre au hasard (mais plusieurs observations nous montrent qu'elle prend un nombre grand dans l'ensemble des possibles) et ensuite « *je compte avec les doigts* ».

Jean a donné une réponse juste (5,4,1) pour 10 et une réponse fautive (4,5,1) pour 12. Cet élève a assumé son rôle de producteur de réponse en donnant une réponse raisonnée par le moyen d'une technique mixte (aléatoire une et décomposition doigts). Le fait qu'il n'obtient pas la bonne réponse peut être dû au fait qu'il a gardé en mémoire le nombre cible du jeu précédent.

Victor donne une première réponse fautive en utilisant une technique « aléatoire deux ». Il choisit les nombres 6 et 5 pour les jetons rouges et jaunes. Il vérifie en dénombrant et se rend compte qu'il a dépassé le nombre cible. Il le dit à l'enseignante qui lui laisse une deuxième possibilité pour le deuxième coup : il demande alors 4 jetons jaunes, en atteignant le nombre-cible en deux coups. Au troisième coup, il demande « 1 jeton bleu » mais il garde la mémoire du deuxième coup et il écrit 10 comme nombre total de jetons. Au deuxième jeu, il assume le rôle de producteur de réponse en utilisant encore une technique « aléatoire deux », en choisissant les nombres 6 et 5, et ensuite par surcomptage il trouve « 1 ».

Lorsque le rôle de producteur de réponse est attribué par l'enseignante en légitimant ainsi le fait que chacun peut donner une réponse, rien n'est dit sur la pertinence de la réponse de l'élève. C'est ensuite le rapport aux règles définitives du jeu et aux techniques engagées qui permet à l'élève de prendre la responsabilité, non seulement de donner une réponse, mais surtout de donner une *réponse raisonnée* (réponse fondée sur des techniques ou embryons de techniques) et non pas une *réponse aléatoire*. Nous faisons ici une distinction entre dévolution, engagement et responsabilité. L'élève peut être engagé dans le jeu sans qu'il n'y ait dévolution au sens qu'il ne prend pas la responsabilité d'une réponse raisonnée. Il y a dévolution du jeu lorsque l'engagement de l'élève dans le jeu est associé à la responsabilité de donner une réponse raisonnée (même si cette réponse n'est pas forcément la réponse attendue).

Un deuxième rôle attribué par l'enseignante aux élèves est celui de « *vérificateur* ». Chaque élève doit vérifier sa réponse en dénombrant l'ensemble des jetons. Au-delà du fait que ce rôle permet aux élèves de se rendre compte s'ils ont ou non atteint le nombre cible, il permet aussi la prise de position de chacun d'entre eux par rapport au dénombrement. Par là ils montrent à l'enseignante ce qu'ils savent ou non faire par rapport au dénombrement ou au calcul mental. En donnant ce rôle aux élèves, l'enseignante prend une position basse d'observateur du rapport des élèves à un savoir « ancien » mais qui est encore en cours d'acquisition. Ces élèves savent dénombrer des petites quantités (pour certains c'est inférieur à 15), et même là certaines difficultés peuvent apparaître. Par exemple, lors de l'entretien « post » l'enseignante nous dit que « *Jean a eu des difficultés pour compter à partir du 4, c'est Victor qui lui a dit 5. Jean a besoin de recompter tout dès le début* ». Cette position basse permet aussi à l'enseignante d'observer que « *Marie organise ses jetons en tour de 5, de 6 mais ensuite elle n'arrive pas à dire combien il y en a sans les recompter* ». C'est là-dessus que l'enseignante va pouvoir s'appuyer pour proposer d'autres situations à Marie.

#### PARTAGE TOPOGENETIQUE ET CONTRAT DIDACTIQUE

La forme d'étude « travail en groupe » n'étant pas usuellement mise en œuvre dans cette CLIS, nous allons analyser comment les élèves et l'enseignante assument la responsabilité de la mettre en place en établissant un contrat didactique qui permette aux élèves, non seulement de rentrer dans le jeu, mais aussi d'apprendre et de montrer qu'ils ont appris. C'est de la mise en œuvre satisfaisante de cette forme d'étude que dépend sa pérennisation par la suite.

### La prise de responsabilités et l'engagement dans le jeu

Pour que les élèves puissent rentrer dans cette forme d'étude, l'enseignante prend une position haute en précisant toutes les règles du jeu et surtout en mettant l'accent sur le travail en équipe. Elle affirme dès le départ : « *nous allons rejouer au nombre-cible par équipe* » et après avoir indiqué les règles, elle affirme encore :

J'insiste sur le fait que toute l'équipe doit être d'accord. Marie, Lena, vous devez être d'accord toutes les deux. Et les garçons, les trois garçons, vous devez être d'accord, c'est pas un garçon qui dit comment on fait. C'est l'équipe qui joue, d'accord ? D'accord Nathan ? J'écoute bien ce que mes camarades ont à me dire.

L'enseignante insiste sur une nouvelle règle constitutive de ce jeu : « *l'équipe doit être d'accord* ». En indiquant cette règle, elle institue que la responsabilité de chacun dans le groupe est de rendre possible le fait d'avoir une seule réponse. Craignant que ce soit difficile à obtenir, elle insiste : « *vous devez être d'accord toutes les deux* ». Par rapport au groupe des garçons, elle explicite même que « *c'est pas un garçon qui dit comment on fait, c'est l'équipe qui joue, d'accord ?* ».

La frontière du topos de l'élève est ainsi délimitée mais l'enseignante ne donne pas de précisions sur les techniques que les élèves doivent utiliser pour produire une réponse et une seule par groupe. Un seul élève – Nathan – est interpellé directement par l'enseignante en lui donnant une indication précise « *d'accord Nathan ? J'écoute bien ce que mes camarades ont à me dire.* » Par cette recommandation à un élève qui a tendance à ne pas tenir compte des autres, elle insiste à l'adresse de tous pour qu'ils s'écoutent les uns les autres. Les rôles ici ne sont pas institués par l'enseignante au départ mais ce sera aux élèves entre eux de prendre des positions.

Il y a une double dévolution de la responsabilité du jeu aux élèves, celle qui concerne le jeu même avec ses règles définitives (qu'ils sont censés déjà connaître), et celle qui concerne la forme de l'étude – le travail en groupe – et notamment l'une des contraintes qui est celle de donner une réponse commune.

### Apprendre à prendre position

Nous allons suivre le groupe des garçons pour analyser la dynamique topogénétique qui s'installe entre élèves et entre élèves et enseignante. Plusieurs phases peuvent être identifiées dans le travail de ce groupe.

La première phase est l'**engagement** des trois élèves dans le jeu. Au départ, tous les trois sont impliqués et utilisent leurs doigts pour compter et se montrer ce qu'ils font. Victor semble faire une proposition (6) mais Nathan prend une première étiquette et la place sur la fiche. Puis, il dit « *chut !* », le doigt sur la bouche. Il met une

deuxième étiquette sur le jaune. Dans ce premier stade, l'engagement des trois y est mais Nathan commence à s'imposer.

La deuxième phase est celle de l'**écartement** de Victor du travail de production de la réponse. Le temps est court pour donner une réponse, et l'enseignante le rappelle « *Je vous laisse encore une minute parce que c'est un peu court.* » Sa proposition étant refusée par les deux autres élèves, Victor s'écarte un peu du groupe, alors que Jean et Nathan continuent à être en interaction.

La troisième phase est celle de la **position haute** de Nathan dans le rôle de producteur d'une réponse. Lorsque l'enseignante leur demande le nombre de jetons rouges souhaité c'est Nathan qui répond « *on veut 5* », et à la question de l'enseignante « *toute l'équipe est d'accord ?* », Jean et Victor répondent un « *oui* ». Les trois élèves ne s'étaient pas vraiment mis d'accord comme le montre le deuxième tour :

Ens : Les garçons, combien de jetons jaunes ?

*Nathan a les mains sous la table. Jean et Victor regardent ce qu'il est en train de faire.*

Ens : Ah, vous n'étiez pas d'accord ?

Le temps du travail est trop court pour ce groupe, ce qui permet à Nathan de prendre le rôle du producteur de la réponse. Nous parlerons donc d'une position haute occupée par un élève qui arrive à imposer sa réponse sans discussion. C'est le cas ici puisque Jean et Victor regardent ce que Nathan est en train de faire et c'est encore lui qui répond, tout en hésitant sur la réponse : « *On en prend 2, euh ! on en prend 1 !* » L'enseignante revient plusieurs fois sur la règle d'une seule réponse par groupe, et du fait qu'ils doivent se mettre d'accord, en demandant à Victor : « *Est-ce que tu es d'accord Victor ?* ». Victor répond oui avec la tête, et Jean avec le même geste indique « *oui, un seul* ». C'est encore Nathan qui donne la dernière réponse pour les jetons bleus en demandant 2 jetons. Là encore Victor et Jean répondent « *oui* » lorsque l'enseignante demande « *tout le monde est d'accord ?* ». En dénombrant les jetons, ils se rendent compte qu'ils se sont trompés. Nathan dit alors : « *je suis pas d'accord* » et il est suivi par Jean qui dit aussi « *on est pas d'accord* ». Aucun élève ne veut assumer la responsabilité de cette réponse qui n'est pas la bonne.

La quatrième phase correspond au **positionnement** de Victor. Cet élève s'est écarté très vite en tant que producteur d'une réponse. Cet écartement ne signifie pas qu'il s'est désintéressé du jeu car il continue à regarder ce que les deux autres font. L'enseignante observe le travail du groupe et voit l'écartement de Victor. Ainsi elle lui attribue le rôle du « vérificateur ». Lorsque l'enseignante dépose les jetons bleus, Nathan se précipite pour compter l'ensemble des jetons et c'est alors que l'enseignante rapproche les jetons de Victor et dit :

« Laisse un peu Victor, il compte et il écrit combien de jetons vous avez obtenus ». En assumant ce rôle, il reste dans le jeu même si ce n'est pas en producteur de réponse. Dans ce cas, pour lui l'enjeu de la situation n'est pas la décomposition additive d'un nombre mais le dénombrement d'une collection de jetons.

Ceci dit, lors du deuxième jeu (nombre-cible : 9), Victor revient au jeu, encouragé par l'enseignante, mais il en est, malgré cela, écarté par les deux autres. Nathan et Jean sont en train d'échanger entre eux. Ils se servent de leurs doigts dans la discussion. Pendant ce temps, Victor prend trois étiquettes qui étaient sur la table devant les deux autres garçons en regardant l'enseignante qui lui dit : « ça fait combien ça Victor ? Il faut le proposer aux garçons ». Jean lui prend les étiquettes des mains. Il en écarte une sur le coin de la table, en pose 2 à côté d'une autre sur une ligne face à Nathan et compte sur ses doigts. Pendant ce temps, Nathan est également en train de compter sur ses doigts. Il avance sa main pour les montrer à Jean. Victor avance la main et tente de reprendre des étiquettes. Nathan arrête son geste et se saisit de deux des étiquettes posées. Jean se lève pour les lui reprendre et Nathan proteste. L'enseignante intervient alors : « Nathan tout le monde a le droit de toucher les étiquettes, tout le monde a le droit de réfléchir ». Elle fait asseoir Victor qui est debout et dit « d'accord ». Elle reprend les étiquettes à Nathan et les dépose devant Jean en lui demandant : « qu'est-ce que tu proposes ? » Par cette intervention de l'enseignante, Jean peut prendre position, non sans difficulté mais par contre Victor est encore écarté de la production de la réponse.

La cinquième phase correspond à la **prise de position** de Jean. Le coup de force pour le contrôle des étiquettes et l'intervention de l'enseignante pour activer la règle du travail : « une seule réponse, tous doivent être d'accord » permettent à Jean de prendre position et de proposer une réponse (5, 3, 1) qui n'est pas celle de Nathan (5, 1, 3). Prendre cette position était difficile sans que l'enseignante intervienne, comme nous pouvons le voir dans l'épisode suivant :

Jean compte sur les doigts de sa main gauche.

Jean : 5.

Il prend une étiquette. Nathan avance la main pour prendre une étiquette. L'enseignante retient son geste.

Ens : Laisse-le. Il peut aussi proposer quelque chose !

Jean compte 3 doigts de sa main droite et prend une autre étiquette, puis en pointe une autre.

Nathan : Non !

Puis il prend une étiquette qui est devant Jean.

Ens : Pourquoi tu dis non ? Tu as compté ?

Nathan : Non, c'est juste que il faut la prendre.

Il pose l'étiquette devant lui. Il regarde ses mains pour compter. Puis

prend une autre étiquette qu'il pose aussi devant lui.

Jean (se met debout et brandit ses mains en disant vivement) : 3 !

Ens : Non, on ne se dispute pas les garçons si on n'est pas d'accord.

Elle reprend les étiquettes qui sont devant Nathan.

Ens : Vous êtes d'accord sur le 5 et le 3. Jean, tu proposes le 1. Explique à Nathan pourquoi tu proposes le 1.

Jean : parce que.

Il compte sur ses doigts : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et regarde Nathan.

Ens : Est-ce que tu as compris ?

Nathan : Oui.

Et il met ses mains sous la table pour compter sur ses doigts.

Dans cet épisode, l'enseignant régule les interactions entre les deux élèves pour que Jean puisse prendre position, en prenant le rôle de producteur de réponse. Les deux élèves sont d'accord pour proposer 5 comme nombre des jetons rouges. Le point de discorde est que Nathan veut proposer 1 pour les jetons jaunes et 3 pour les jetons bleus tandis que Jean veut l'inverse. Les deux réponses sont justes mais les élèves ne le reconnaissent pas. Pour le deuxième coup, Nathan et Jean discutent encore (« *c'est pas 3 après* »), et lorsqu'ils doivent donner la réponse du groupe, Nathan pose l'étiquette « 1 » dans la case. C'est donc la réponse de Nathan qui devient celle du groupe mais Jean s'autorise à dire : « *je ne suis pas d'accord moi !* ». En s'autorisant à dire qu'il n'est pas d'accord, il prend une position haute en tant que producteur de réponse malgré le coup de force de Nathan qui finalement accepte mal que sa réponse ne fasse pas consensus. Lorsque Victor vérifie la réponse en comptant l'ensemble des jetons, Nathan se tourne vers Jean en lui disant : « *je te l'avais dit* ».

Par ailleurs le groupe des filles avait la même réponse que Jean et cela donne l'occasion à l'enseignante de montrer que la réponse de Jean était aussi une bonne réponse.

Ens : 3. Les filles ont joué 5, 3, et 1. Et vous vous avez joué ?

Nathan : 5, 1 et 3.

Ens : Qu'est-ce que vous remarquez ? (*pas de réponse*)

Ens (*répète*) : les filles ont joué 5, 3, et 1. Nathan, ton équipe, vous avez joué (*en pointant les garçons*) 5, 1, et 3. Est-ce qu'il y a des choses qui sont pareilles ?

Nathan : oui

Jean : le 5 (*en pointant la feuille des filles*).

Nathan : et le 3

Victor a un geste rapide pour recompter les pions qui sont devant lui. Il se lève comme pour dire quelque chose.

Marie : le 1 et le 3 sont mélangés.

Ens : Vous ne les avez pas joués dans le même ordre. Mais est-ce que vous avez joué les mêmes étiquettes ?

Jean et Nathan : Ah non.

On peut avancer comme hypothèse que pour eux ce n'est pas la même chose car dans un cas on a des jetons jaunes et dans l'autre des jetons bleus. L'enseignante l'explique :

oui, ça veut dire que vous avez gagné tous les deux, mais surtout si on joue les mêmes cartes peu importe l'ordre. Jean, on arrivera toujours au même résultat.

La relation de commutativité n'est pas encore perçue par les élèves mais la vérification par dénombrement que les deux réponses sont bonnes est acceptée par eux même si à la fin Nathan dit que Jean a copié les filles.

Cette cinquième phase montre que la position occupée par les élèves dans le travail en groupe n'est pas donnée au départ mais c'est une négociation, non seulement entre les élèves, mais aussi entre l'enseignante et les élèves. Lors du premier jeu, Jean semble prendre une position basse face à la suprématie de Nathan relativement à la production d'une réponse mais son engagement dans le jeu et l'action de l'enseignante lui permet de prendre position, d'avoir un mot à dire dans la production, et par là de prendre une position haute en tant que producteur de réponse. En rappelant à Nathan les règles du jeu - avoir une seule réponse, tous doivent être d'accord et tous peuvent réfléchir - l'enseignante crée les conditions pour que Jean ait cette assurance nécessaire pour dire « je ne suis pas d'accord » lorsque Nathan impose sa réponse au groupe. Sa réponse étant validée puisque le dénombrement le montre, Jean peut ainsi montrer qu'il a réussi à donner une décomposition additive du nombre 9 et qu'il y a plusieurs réponses pour ce type de décomposition.

### **Un partage topogénétique sans aspérités**

Dès le départ, Marie et Lena sont rentrées en connivence et la frontière topogénétique s'est délimitée rapidement. Marie assume le rôle de producteur de la réponse mais en raisonnant d'une manière visible pour que Lena puisse la suivre, éventuellement apporter des éléments et adhérer à sa proposition. D'ailleurs, en  $S_1$ , Lena n'avait pas encore compris les règles définitives du jeu. Selon l'enseignante, Lena a plus de difficultés que Marie et accepte le rôle d'adjuvant dans la production de la réponse. Ce partage de responsabilités est négocié dès le premier jeu, comme nous avons pu l'observer. Nous décrivons les gestes de l'une et de l'autre dans cette négociation :

Marie s'adresse à voix basse à Lena. Marie a ses mains sous la table (pour ne pas être vue de l'équipe adverse). Lena paraît l'écouter attentivement. Marie sort ses mains de dessous la table et dépose devant elle des étiquettes. Puis elle compte sur ses doigts en regardant les étiquettes. Lena désigne du doigt la dernière étiquette à droite.

Marie dit « non » de la tête et se met à recompter sur ses doigts. Puis, elle se lance dans ce qui paraît être une explication à Lena. Elle recompte encore une fois sur ses doigts. Elle fait un peu glisser la fiche vers Lena, de façon à ce qu'elle voit ce qu'elle fait, puis dispose des étiquettes sur la bande rouge, la jaune et la bleue.

Ce partage de responsabilités sans aspérités est peut-être dû à leur position dans la classe ou à des affinités personnelles mais l'enseignante n'a pas eu besoin d'intervenir dans cette négociation. Elles forment un groupe mais un groupe dans lequel chacune assume une position différente. Pour le nombre-cible 7, elles ont proposé la décomposition (4, 2, 1) ; pour le nombre-cible 9, elles ont proposé (5, 3, 1) ; pour le nombre-cible 13, elles ont proposé (6, 5, 2). Elles ont réussi à chaque fois et à la fin de la séance l'enseignante a essayé de mettre en mots la technique de Marie. Cette technique « décomposition doigts » semble commencer par un nombre qui correspond à peu-près à la moitié, pour ensuite trouver des nombres plus petits (en laissant éventuellement 1 pour la fin). En tout cas, la technique de Marie qui utilise les doigts donne des bons résultats pour les jeux en question.

Cependant, on voit que l'enseignante incite Lena à s'investir davantage dans la production des réponses. Lors du premier jeu, elle retient Marie qui s'appête à dénombrer l'ensemble des pions qu'elles ont obtenu en lui disant « *laisse la compter* ». L'enseignante lui attribue ici le rôle de vérificateur. Dès le début du 3<sup>ème</sup> jeu, alors que Marie se lance dans l'activité en disant : « *je sais je sais!* », l'enseignante sollicite Lena : « *je voudrais que Lena participe un peu plus* ». Elle vient alors se placer devant elle, les doigts des deux mains dressés, en disant à Marie : « *laisse la jouer* » et à Lena : « *À ton avis c'est quoi le nombre cible ?* ». L'enseignante revient sur les règles du jeu pour pousser Lena à s'engager autrement dans le jeu plutôt que de suivre le travail de Marie. Lena n'est pas encore prête à prendre une position lui permettant de tenir le rôle de producteur d'une réponse.

#### CONTRAT DIDACTIQUE DIFFERENTIEL

La comparaison entre la première et la deuxième séance sur le nombre-cible met en évidence que le travail de groupe implique des règles de fonctionnement pour tenir compte des autres, règles auxquelles les élèves ne sont pas confrontés quand ils travaillent individuellement. De ce fait, lorsque les élèves n'ont pas l'habitude de ce type de travail, cette forme d'étude peut être pour eux source de difficultés. Il apparaît, en effet, que les élèves n'occupent pas la même position dans la séance S2 même si le topos est le même. La position

occupée par chaque élève dans le groupe est relative aux positions des autres, à ce qu'elles permettent mais aussi à ce qu'elles interdisent. Nous avons vu le cas de Victor qui est écarté par les autres de son rôle actif dans la production d'une réponse. La position forte de Nathan peut devenir un obstacle pour la position de Jean. Et ce serait le cas, si l'enseignante n'était pas intervenue pour rappeler les règles du jeu de ce travail en groupe. Ainsi la frontière topogénétique qui paraissait au départ fixée sur un topos d'élève participant activement, écoutant les autres, tenant compte des propositions des autres, est en fait floue. Nous voyons alors que la délimitation de cette frontière passe par des négociations et que certains élèves peuvent être découragés s'ils n'arrivent pas à avoir une certaine assurance pour venir occuper une place que les autres essaient de l'empêcher de tenir. Les cas de Victor et de Jean sont emblématiques de cet état des choses.

L'analyse comparée du groupe de garçons et de filles montre que le partage topogénétique peut, d'un groupe à l'autre, se jouer très différemment. Dans le groupe des filles, le partage topogénétique se fait sans aspérités car leurs positions respectives sont acceptées par l'une et par l'autre. Pour expliquer cette acceptation, on peut penser que chacune a un rôle (qui n'est pas identique) qui semble reconnu par l'autre comme ayant une utilité dans le travail du groupe.

L'intérêt de cette forme d'étude est de rendre visible pour l'enseignante les aléas de cette dynamique. Elle en tire une meilleure connaissance de ce qui fait obstacle à l'apprentissage pour chacun des élèves. On voit qu'elle intervient pour réguler les problèmes de relation et de participation ou pour infléchir la répartition des rôles en fonction des différents besoins des élèves. Elle intervient en particulier pour que la participation de Lena lui soit, compte tenu de son niveau, la plus profitable possible. Certes, on peut penser que son topos est moins étendu que celui de Marie, qu'elle a une position « subalterne » par rapport à celle de Marie. Or cette situation permet à cette élève de travailler son rapport au dénombrement et lui donne la possibilité de se confronter à une nouvelle situation au lieu d'être toujours dans « l'éternel recommencement », c'est-à-dire de recommencer toujours les mêmes situations d'enseignement et d'apprentissage (Assude & al. 2011).

Le phénomène que nous avons observé ici n'est pas nouveau : c'est celui du contrat didactique différentiel (Schubauer- Leoni 1991) qui indique que les attentes réciproques entre le maître et les élèves concernant le savoir peuvent être différentes dans le cas d'une même situation didactique :

En fait le contrat est une forme de définition d'une situation didactique. Elle lui est équivalente, mais elle permet de dresser un inven-

taire des contrats suivant la répartition des responsabilités entre l'enseignant et l'élève. (Brousseau 2010)

Ainsi notre travail est en quelque sorte une mise à l'épreuve de ce phénomène qui semble se vérifier dans des contextes institutionnels différents. Par contre, partant du problème spécifique des CLIS et de leur public d'élèves, nous avons été conduits à mettre en évidence un certain nombre de conditions pour une accessibilité didactique aux savoirs mathématiques en général.

#### ACCESSIBILITE DIDACTIQUE

Une première condition tient au fait d'avoir recours à des situations existantes qui ont permis à d'autres élèves d'accéder à un certain savoir. Une telle démarche ne paraît pas évidente dans le milieu de l'éducation spécialisée. L'enseignante de cette CLIS nous a dit dans un entretien de la première année de notre travail qu'elle ne faisait pas faire beaucoup de mathématiques aux élèves. Lors de la deuxième et de la troisième année, elle commence à utiliser des situations mathématiques prises dans des ressources existantes, notamment ERMEL. Elle nous indique alors que ces situations, au contraire de ce qu'elle pensait a priori, étaient tout à fait adaptables à ses élèves<sup>5</sup>. Ainsi, le topos de l'enseignante s'est élargi en allant rechercher des ressources considérées a priori comme inaccessibles, et par là le topos de l'élève de CLIS (au moins de cette CLIS là) s'est aussi agrandi. **L'élargissement conjoint des topos** est donc une première condition permettant de prendre en compte le fait qu'on peut faciliter l'accès aux savoirs mathématiques par des élèves en situation de handicap en leur proposant des situations existantes alors que souvent les enseignants pensent a priori qu'elles sont trop difficiles pour eux.

Une deuxième condition d'accessibilité didactique - **prise de position par rapport au savoir** - est celle de la possibilité pour l'élève de « prendre position » relativement au savoir dans une situation donnée. Cette prise de position peut se faire par l'attribution institutionnelle de rôles (notamment par l'enseignant) par exemple dans le cadre d'un travail de groupe. Mais cela ne suffit pas. L'analyse topogénétique relative à la mise en œuvre de cette forme d'étude nous permet de mettre en évidence que l'efficacité du travail en groupe ne va pas de soi. Elle suppose un apprentissage social par les élèves de ce qu'implique un travail collectif. Cette efficacité dépend des potentialités génériques de cette forme d'étude mais aussi de la

---

<sup>5</sup> Pour plus de détails, voir Assude et alii (2014).

possibilité pour les élèves d'occuper une position reconnue par les autres et d'avoir un rôle dans l'avancement du savoir du groupe et de chacun. L'enseignante qui prend conscience de ce problème dit aux garçons : « Il faut apprendre à écouter ses camarades et à se mettre d'accord ». Se mettre d'accord en mathématique suppose de défendre son point de vue, au regard de celui des autres, par l'explicitation, l'argumentation, la validation et, plus tard, la démonstration. C'est par un accompagnement rapproché de l'enseignante dans l'action (position basse) que cet apprentissage social peut se réaliser.

Une troisième condition est celle de la **variabilité des contrats associés à une situation didactique**. La possibilité qu'une situation puisse être utilisée par les acteurs (professeur, élèves) en ayant des attentes différenciées concernant le savoir en jeu est une condition d'accessibilité didactique. Dans le cas que nous avons analysé, la situation « nombre cible » a comme enjeu la décomposition additive d'un nombre. Cet enjeu de savoir apparaît comme trop difficile pour Lena mais cette situation permet de travailler sur des objets de savoirs anciens, notamment le dénombrement. Le rôle de « vérificateur » va permettre à certains élèves de prendre une position de producteur d'une réponse par rapport à un savoir ancien qui est encore « sensible » pour eux. L'avancement du temps didactique permet aux élèves de s'engager dans le jeu : cet engagement permettra à certains de prendre la responsabilité de produire une réponse raisonnée (même si ce n'est pas celle attendue par l'enseignante), pour d'autres (par exemple Lena) ce sera la production d'une réponse aléatoire qui indiquera qu'ils n'ont peut-être pas encore compris les règles définitives du jeu. Par contre la variabilité des contrats de la situation leur permettra de prendre une autre responsabilité par rapport à un savoir ancien encore peu stabilisé et sensible.

## CONCLUSION

L'analyse comparative de deux séances observées sur le « nombre cible » dans une CLIS grâce à la distinction entre topos, position et rôle nous a permis de voir finement la dynamique topogénétique dans deux formes d'étude différentes. Elle a montré l'intérêt du travail de groupe par rapport au travail individuel mais aussi les difficultés à dépasser pour qu'il soit efficace. Ces deux formes d'étude – travail individuel et en groupe – ne sont pas opposées, mais c'est la présence dominante d'une seule qui peut poser problème. Nos analyses montrent comment la dialectique entre formes d'étude est nécessaire, en lien avec cette dynamique topogénétique qui permet à chacun d'avoir une place dans l'avancement du savoir de chacun et de tous.

Le phénomène de contrat différentiel associé à une situation didactique dans une institution donnée, observé dans notre étude de cas, n'est pas nouveau mais il est renforcé dans son importance notamment dans des institutions considérées comme spécifiques étant donné le public d'élèves accueillis. Les élèves en situation de handicap qui fréquentent les CLIS 1 ont des difficultés certaines si on compare leur rythme d'apprentissage avec celui d'autres élèves. Par ailleurs, souvent, dans ce type d'institutions, les enseignants, étant donné ces difficultés, décident de ne pas utiliser certaines ressources et situations, et empêchent de fait la rencontre de ces élèves avec des situations didactiques existantes, ce qui constitue déjà un premier obstacle à l'accès aux savoirs. Néanmoins, notre étude montre un certain nombre de conditions qui semblent favorables à l'accessibilité didactique, notamment l'élargissement conjoint des topos de l'enseignant et de l'élève, la possibilité de prendre position relativement au savoir en assumant des rôles (attribués ou négociés) de producteur de réponse raisonnée, et la variabilité des contrats associés à une situation didactique, comme nous l'avons explicité auparavant.

Ces conditions d'accessibilité didactique peuvent aussi se retrouver dans d'autres contextes, notamment avec des élèves en difficulté et même avec d'autres élèves. Le contrat didactique différentiel associé à une situation didactique a été identifié dans d'autres contextes, et il s'avère que cette notion est pertinente dans le contexte analysé ici. Inversement, ce que nous avons observé semble se retrouver dans d'autres contextes. L'étude de ces liens dépasse notre article mais précisons seulement que des études fines des dynamiques topogénétiques apparaissent nécessaires pour comprendre ce qui, dans l'action conjointe professeur-élèves ou élèves-élèves, peut faire obstacle ou ce qui peut favoriser les apprentissages du point topogénétique. Nous en avons montré quelques-unes. Par exemple, prenons l'élargissement conjoint du topos de l'élève et de l'enseignant. Nous aurions pu penser qu'une des conditions pour que le topos de l'élève augmente soit celle d'une diminution du topos de l'enseignant. Ce point de vue nous semble restrictif même si cela correspond à beaucoup de situations. L'élargissement du topos de l'enseignant correspond à l'élargissement de la sphère des possibles : ce qu'on estime inaccessible pour certains élèves devient possible, et par là le topos de l'élève s'agrandit. Cela nous semble une condition essentielle dans le travail avec les élèves des CLIS, et aussi avec ceux des autres classes.

Le problème de l'accessibilité didactique n'est pas seulement un problème didactique mais c'est aussi un problème social et scolaire. Montrer que les phénomènes observés lors des rencontres des élèves de CLIS 1 avec des situations mathématiques sont de même nature

que ceux observés dans d'autres institutions nous paraît aller dans le sens d'une prise en charge plus favorable de ces personnes en leur attribuant pleinement le statut d'élève qui est « capable » d'apprendre des savoirs mathématiques. Montrer que l'accessibilité didactique est un problème professionnel pour les acteurs (et notamment les enseignants), et que des changements de culture professionnelle sont possibles, nous paraît essentiel (voir certains exemples dans Perez & Assude 2013 (Eds.)). C'est bien dans cette voie que nous pensons poursuivre nos travaux de recherche.

#### REFERENCES

- ASSUDE T., MERCIER, A. (2007) L'action conjointe professeur-élèves dans un système didactique orienté vers les mathématiques. In Sensevy G., Mercier A. (Eds.) *Agir ensemble. Éléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves* (pp.153-185). Rennes : P.U.R.
- ASSUDE T., PEREZ J. M., TAMBONE J., VERILLON A. (2011) Apprentissage du nombre et élèves à besoins éducatifs particuliers. *Education & didactique* 5(2) 65-84.
- ASSUDE T., TAMBONE J, VERILLON A (2014) Quels savoirs professionnels et quels dispositifs de formation en mathématiques pour des enseignants spécialisés ? *Nouvelle Revue de la Scolarisation et de l'Adaptation*. Suresnes : INSHEA.
- BLANC P. (2011) *La scolarisation des enfants handicapés*. Rapport au président de la République, mai 2011.
- BLANC P. (2007) *Rapport d'information Fait au nom de la commission des Affaires sociales (1) sur l'application de la loi n° 2005-102 du 11 février 2005 pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées*. Sénat session extraordinaire de 2006-2007.
- BROUSSEAU G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (2010). *Glossaire*.  
[http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire\\_V5.pdf](http://guy-brousseau.com/wp-content/uploads/2010/09/Glossaire_V5.pdf)
- CAMPION C-L., DEBRE I. (2012) *Rapport d'information fait au nom de la commission sénatoriale pour le contrôle de l'application des lois (1) sur l'application de la loi n° 2005-102 du 11 février 2005, pour l'égalité des droits et des chances, la participation et la citoyenneté des personnes handicapées*. Sénat, session extraordinaire de 2011-2012.
- CHEVALLARD Y. (1999) Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques : l'approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(3) 221-266.
- PEREZ J-M., ASSUDE T (dir.) (2013) *Pratiques inclusives et savoirs scolaires : paradoxes, contradictions et perspectives*. Nancy : Presses Universitaires de Nancy.
- SCHUBAUER-LEONI M-L. (1991) L'évaluation didactique : une affaire contractuelle. In J. Weiss (Ed.) *L'évaluation : problème de communication* (pp.79-95). Fribourg : Del Val.

SCHUBAUER-LEONI M-L., LEUTENEGGER F., LIGOZAT F., FLUCKIGER A. (2007) Un modèle de l'action conjointe professeur-élèves : les phénomènes didactiques qu'il peut/doit traiter. In G. Sensevy & A. Mercier (Eds.) *Agir ensemble. Éléments de théorisation de l'action conjointe du professeur et des élèves* (pp.51-91). Rennes : P.U.R.

SENSEVY G., MERCIER A. (Eds.) (2007) *Agir ensemble: L'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : P.U.R.