



**HAL**  
open science

## Modélisation et simulation dynamique d'un kart électrique

N. M'Sirdi, Aziz Naamane, Habib Nasser

► **To cite this version:**

N. M'Sirdi, Aziz Naamane, Habib Nasser. Modélisation et simulation dynamique d'un kart électrique. 8ème Conférence internationale de modélisation et simulation MOSIM'10 – 10 au 12 mai 2010 – Hammamet – Tunisie, May 2010, Hammamet, Tunisie. hal-01966661

**HAL Id: hal-01966661**

**<https://amu.hal.science/hal-01966661v1>**

Submitted on 29 Dec 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

See discussions, stats, and author profiles for this publication at: <https://www.researchgate.net/publication/228802723>

# MODELISATION ET SIMULATION DYNAMIQUE D'UN KART ELECTRIQUE

Article

---

CITATIONS  
0

READS  
514

2 authors, including:



[Naamane Aziz](#)

72 PUBLICATIONS 123 CITATIONS

[SEE PROFILE](#)

Some of the authors of this publication are also working on these related projects:



control of photovoltaic systems [View project](#)



Projet PFC et SASV [View project](#)

## MODELISATION ET SIMULATION DYNAMIQUE D'UN KART ELECTRIQUE

H. NASSER, N. K. M'SIRDI, A. NAAMANE

LSIS, CNRS UMR 6168. Dom. Universitaire St Jérôme,  
Avenue Escadrille Normandie-Niemen 13397 Marseille France  
[habib.nasser@lsis.org](mailto:habib.nasser@lsis.org), [nacer.msirdi@lsis.org](mailto:nacer.msirdi@lsis.org)

**RESUME :** Ce papier présente un modèle dynamique à 12 DDL pour un kart électrique équipé de plusieurs capteurs et un système de communication sans fils. L'objectif est de décomposer ce modèle en blocs et de calculer les différents termes de couplages entre les sous modèles. La simulation et l'étude de passivité de ces paramètres sont faites à l'aide du simulateur Simk106N.

**MOTS-CLES :** modèle dynamique, Analyse des couplages, sous systèmes multi-modèles, passivité, simulation.

### 1. INTRODUCTION :

Le véhicule intelligent est un thème de recherche pertinent visant le pilotage assisté, véhicule autonome, nécessitant, dans ce contexte, une bonne modélisation. Un modèle dynamique nominal à 12 DDL est développé en se basant sur une représentation robotique de notre kart. Dans la suite, on découpe ce modèle en deux sous systèmes couplés [M'sirdi, A.N. 2007], respectivement, le châssis et les quatre roues. Cette transformation met en évidence, pour l'analyse et le contrôle, les termes de couplage non linéaires passifs. L'enjeu est de montrer la passivité de ces paramètres afin de pouvoir négliger leurs influences stabilisante, dans certains cas, sur la dynamique des sous-modèles.

Un simulateur, sous Matlab/Simulink, (SimK106N) du comportement dynamique de véhicule en interaction avec son environnement, validé avec le LCPC pour une P406 est transformé pour la simulation du Kart. Désormais, on utilisera ce simulateur pour examiner l'évolution des sous systèmes (blocs) et simuler le modèle à 12 DDL. Cette nouvelle structuration du modèle dynamique est très utile pour l'estimation de données inconnues et pour des objectifs de surveillance et de diagnostic à bases des observateurs robustes [N. M'SIRDI, B.J. 2008]. D'une manière générale, on présente dans ce papier une méthode simple de simulation mais réaliste pour le comportement énergétique et on résout les difficultés de modélisation par couplage passif.

### 2. PRESENTATION DU KART:

Peu de travaux de recherche ont abordé l'étude et la problématique du kart électrique. Il n'existe pas, à notre connaissance, d'étude d'un kart comme une vraie application pour analyser et simuler son modèle et comportement dynamique. Dans notre esprit nous avons considéré ce système comme un véhicule un peu moins

compliqué qu'une voiture dont on va essayer tout au long de cet article de décrire le comportement dynamique et l'évolution des termes de couplages.

Le Kart dont nous disposons est un modèle de véhicule électrique équipé avec 4 batteries OPTIMA en série et un moteur à excitation séparée (brushless) avec une vitesse maximale de 70 Km/h. (la Figure. 2.1 illustre un modèle 3D sous CATIA du Kart) [H. NASSER, N.K. 2008].

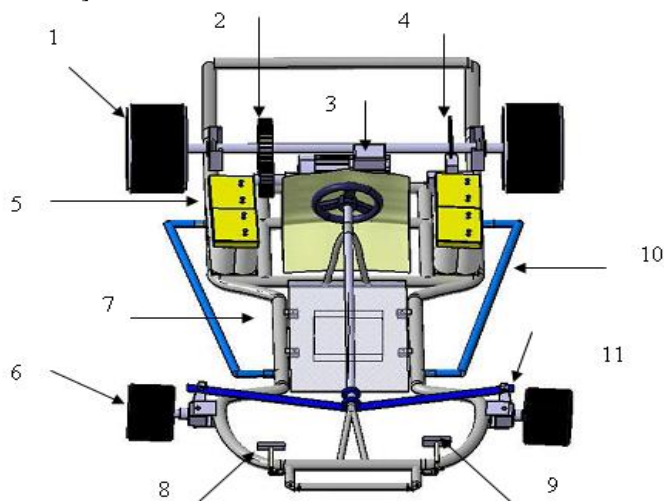


Figure 2.1:Kart(1-roue arrière,2-système poulie courroie, 3-moteur électrique Brushless, 4-frein mécanique, 5-batterie 12v, 6-roue avant, 7-châssis, 8-pédale accélératrice, 9-pédale frein, 10-para choc, 11-système direction avant.

Il est mû par un seul moteur électrique (les 2 roues arrière motrices sont solidaires du même arbre), la transmission de mouvement s'effectue avec un système poulie courroie, lié directement à un moteur commandé par un variateur de vitesse. Le système de direction adopté pour ce véhicule est le plus simple, ainsi que le

système de freinage qui est classique mais avec la possibilité de monter un frein hydraulique. Ce kart est équipé d'un système d'observation basé sur :

- Huit capteurs ultrason afin de détecter des obstacles proches, autour de véhicule ;
- Un capteur de proximité pour calculer la vitesse relative du kart ;
- Trois potentiomètres pour mesurer l'angle de braquage, les positions angulaires de pédales frein et d'accélérateur ;
- Un accéléromètre, un gyromètre et un Kit PICDEM pour la communication sans fil.

### 3. MODELISATION DYNAMIQUE DU KART:

Notre objectif est d'établir un modèle décrivant la dynamique du kart. Néanmoins, on désire obtenir un comportement simulé très proche du système physique réel dans une configuration classique de la structure du véhicule et son environnement. Afin de calculer le système d'équation global du modèle du kart, nous avons eu recours à un logiciel de calcul symbolique développé sous MAPLE. Pour ceci nous nous sommes inspirés des travaux de [G. Beurier 1999] et [W. Khalil 2002]. Ce logiciel permet de générer les équations des modèles géométriques, cinématiques et dynamiques de systèmes mécaniques à corps indéformables. En effet, le mécanisme sera défini en associant un repère à chaque corps du système et une variable à chaque mécanique permettant un mouvement relatif entre deux repères.

#### 3.1 Hypothèses de modélisation :

Les hypothèses considérées permettent de réduire la complexité du système tout en garantissant un certain degré de réalisme et d'efficacité de la modélisation. Le modèle de comportement dynamique est généré par la méthode de Lagrange, supposant le Kart en l'air sans contact. Les roues subiront la contrainte de contact roue sol et les forces générées obéiront au modèles géométriques et cinématiques calculés aux points de contact roue-sol.

Pour la représentation du phénomène de contact roue/sol nous pouvons utiliser le modèle de Pacejka [H.B. Pacejka 1973]. Pour ne tenir compte que des facteurs dont l'influence dynamique est importante nous proposons les quelques hypothèses suivantes [N.K. M'SIRDI, A. N. 2007]:

##### 3.1.1 Hypothèses :

- On ne tient compte que les principaux corps mécaniques du kart, une caisse et 4 roues ;
- La caisse est considérée comme un corps rigide dans une représentation 3D (avec 6 DDL);
- Chaque roue est considérée comme un corps rigide en rotation relié au châssis ;
- Le contact est supposé ponctuel et localisé dans le plan de symétrie de la roue à une distance égale au rayon ;
- La dynamique de variation du rayon de roulement est supposée négligeable ;
- L'irrégularité du sol est faible ;
- Le contact pneumatique-chaussée est permanent.

### 3.2 Modèle géométrique :

Nous utilisons en suite la structure arborescente pour présenter les repères et dresser l'arborescence du mécanisme et le parcours des chemins vers les organes terminaux. La Figure (3.1) illustre la structure arborescente des repères et corps du mécanisme.

Le repère R0 est défini librement en suivant des considérations de simplicité. Le mouvement du kart dans l'espace à 3 dimensions est représenté par :

$$\xi = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6]^T \quad (1)$$

Ces six degrés de libertés sont formés par 5 corps virtuels non dynamique et le châssis.

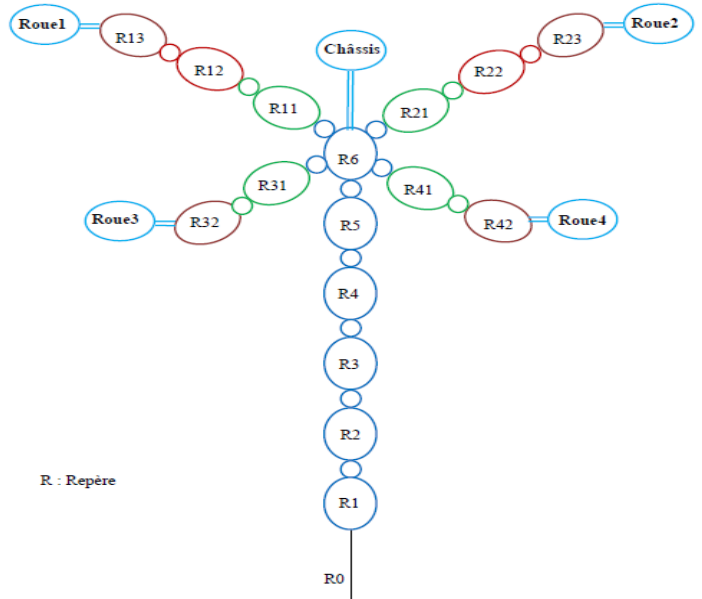


Fig. 3.1: Représentation arborescente du kart

La figure (3.2) représente les repères de trois translations et de trois rotations de la caisse du kart.

- R0 est lié au sol, R1, R2... R5 sont les corps virtuels qui définissent la posture du kart, leurs variables sont  $q_1, q_2, q_3, q_4$  et  $q_5$ ;
- R6 est le châssis, présenté par la variable  $q_6$ .

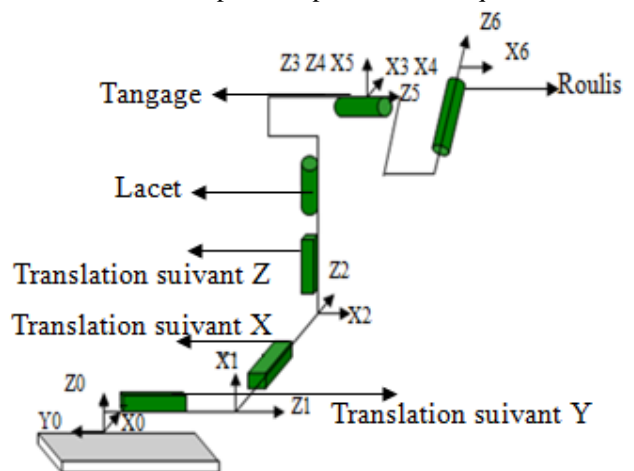


Figure 3.2 : la posture du kart.

En absence d'un système de suspension sur le kart, le vecteur de coordonnées généralisées  $q \in \mathbb{R}^{12}$  est défini comme suit :

$$q^T = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9, q_{10}, q_{11}, q_{12}] \quad (2)$$

Avec  $q_9, q_{10}$  sont les angles de braquage autour de l'axe z,  $q_7, q_8, q_{11}$  et  $q_{12}$  sont les rotations de quatre roues autour de leur axe y.  $\dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^{12}$  sont respectivement les vecteurs de vitesses et d'accélération généralisées correspondantes.

### 3.3 Modèle dynamique du kart :

Plusieurs formalismes, dans la littérature, sont utilisés pour obtenir des modèles dynamiques de véhicules. Les deux formalismes les plus souvent utilisés sont :

- Le formalisme de Lagrange [Khalil 2002];
- le formalisme de Newton-Euler [Khalil 1987].

Dans cette étude, nous sommes plus intéressés par le formalisme de Lagrange dont le but est d'examiner la forme globale du modèle, mettre en évidence les différents termes qui y interviennent et de déduire les propriétés caractéristiques de ces termes. Le formalisme de Lagrange décrit les équations du mouvement en termes de travail et d'énergie du système, ce qui se traduit, par l'expression suivante :

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \frac{dL}{dq_i} - \frac{dL}{dq_i} \quad i=1 \dots n, \quad (3)$$

Avec :

- L : Lagrangien du système égal à E-U ;
- E : énergie cinétique totale du système ;
- U : énergie potentielle totale du système.

Le modèle nominal du véhicule avec incertitudes est développé en supposant que le contact pneumatique-chaussé est permanent et réduit en un seul point pour chaque roue. La dynamique du véhicule peut être décrite par le modèle passif (M'SIRDI, A. N. 2004) :

$$\begin{aligned} \tau &= M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + V(q, \dot{q}) + \eta_0(t, q, \dot{q}) \\ \tau &= \Gamma_e + \Gamma = \Gamma_e + J^T F \\ F &= f(\lambda, \sigma, \alpha, q) \end{aligned} \quad (4)$$

La matrice  $M(q)$  d'inertie du système est définie dans  $\mathbb{R}^{12 \times 12}$ , symétrie définie positive. Les coefficients de la matrice  $C(q, \dot{q})$  de forces centrifuges et de Coriolis sont établis en respectant la propriété de passivité de système.

Le vecteur  $V(q, \dot{q})$  est ici simplement composé des forces de gravitation et de frottement au niveau articulations.

Le vecteur  $\eta_0(t, q, \dot{q})$  présente les incertitudes et les dynamiques négligées dans la modélisation.

L'absence d'un système passif de suspension réduit le modèle de 4 DDL par rapport au modèle de la Peugeot 406 [M'SIRDI, L. H. 2007].

L'équation (4) montre que le couple d'entrée est composé de deux parties, la première partie est produite par les couples/forces d'articulations actives (motorisation, freinage et braquage du véhicule), cependant la deuxième représente les forces généralisées dues au contact appliquées sur les articulations et surtout l'échange avec l'environnement du kart (les réactions de la route).

Ces forces de contact roue/sol (longitudinal, latérale et normale au niveau de chacune des roues) sont rassemblées dans le vecteur à 12 composantes F.

$$F = [F_{x1}, F_{y1}, F_{z1}, F_{x2}, F_{y2}, F_{z2}, F_{x3}, F_{y3}, F_{z3}, F_{x4}, F_{y4}, F_{z4}] \quad (5)$$

Le kart reçoit l'effort  $J^T F$  avec J la matrice Jacobéenne de dimension 12x12, et le modèle géométrique aux points de contact.

Afin de découper en sous système, il faut faire attention à l'énergie de manière que ce modèle Kino-dynamique, avec contraintes liées aux contacts roues sol, possède les propriétés suivantes:

- **P1**: La matrice d'inertie  $M(q)$  est Symétrique Définie Positive (SPD) et son inverse est uniformément borné.

- **P2**: Avec une définition appropriée de  $C(q, \dot{q})$  la matrice  $A(q, \dot{q}) = \dot{M}(q) - 2.C(q, \dot{q})$  est antisymétrique:

$$v^T A(q, \dot{q})v = v^T (\dot{M}(q) - 2.C(q, \dot{q}))v = 0 \quad \forall v \in \mathbb{R}$$

- **P3**: L'équation dynamique(4) peut se mettre sous une forme linéaire en un jeu de paramètres dynamiques  $\theta$  tels que  $\tau = \varphi^T \theta$ .

La propriété **P1** assure que l'effet fonction de l'accélération est bien inertiel (système mécanique stable). **P2** assure que le transfert de  $\tau - \eta_0$  vers  $\dot{q}$  est bien celui d'un système passif et vérifie l'inégalité de Popov (M'SIRDI, L.H. 2007). Ce qui assure une condition suffisante de stabilité inconditionnelle du système liée à sa passivité.

## 4. DECOUPAGE DU MODELE EN BLOCS:

### 4.1 Modèle en 4 blocs :

Nous avons séparé le modèle dynamique précédent tout en considérant : la matrice d'inertie contient quatre lignes et quatre colonnes de même on a divisé le vecteur d'états en quatre sous ensembles suivants [Belgacem JABALLAH, K. N. 2009]:

$$\begin{aligned} h^T &= [h_1^T, h_2^T, h_3^T, h_4^T] \\ \text{Avec : } h_1^T &= [q_1 q_2 q_3] \quad h_2^T = [q_4 q_5 q_6] \quad h_3^T = [q_9 q_{10}] \\ h_4^T &= [q_7 q_8 q_{11} q_{12}] \end{aligned} \quad (6)$$

De la même façon on a subdivisé les vecteurs  $\Gamma_e$ ,  $V(q, \dot{q})$  et  $\eta_0(t, q, \dot{q})$  comme il suit :

$$\Gamma_e = [0, 0, \Gamma_{e3}, \Gamma_{e4}]^T \quad (7)$$

$$V(q, \dot{q}) = [V_1 V_2 0 0]^T \quad (8)$$

$$\eta_0(t, q, \dot{q}) = [\eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4]^T \quad (9)$$

Alors le modèle du kart à 12 DDL a la forme suivante :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Gamma_{e3} \\ \Gamma_{e4} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} J_1^T \\ J_2^T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ 0 & M_{32} & M_{33} & 0 \\ 0 & M_{42} & 0 & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{h}_1 \\ \ddot{h}_2 \\ \ddot{h}_3 \\ \ddot{h}_4 \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ 0 & C_{32} & 0 & C_{34} \\ 0 & C_{42} & C_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h}_1 \\ \dot{h}_2 \\ \dot{h}_3 \\ \dot{h}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \\ \eta_4 \end{bmatrix} & \quad (10) \end{aligned}$$

Le modèle est décrit par quatre équations qui correspondent respectivement aux translations de châssis, ses rotations, l'angle de braquage et les

rotations de roues. En effet, on est passé d'un système complexe à des sous systèmes interconnectés utiles pour la simulation.

A partir de cette nouvelle représentation, nous estimons les forces de translation du kart comme suit :

$$F_T = J_1^T F = M_{11}\ddot{h}_1 + M_{12}\ddot{h}_2 + C_{12}\dot{h}_2 + V_1 + \eta_1 \quad (11)$$

L'équation symbolise les forces de rotation du kart électrique.

$$F_R = J_2^T F = M_{21}\ddot{h}_1 + M_{22}\ddot{h}_2 + C_{22}\dot{h}_2 + C_{23}\dot{h}_3 + C_{24}\dot{h}_4 + V_2 + \eta_2 \quad (12)$$

Les forces de braquage et de rotation pour quatre roues sont :

$$\Gamma_{e3} = M_{32}\ddot{h}_2 + M_{33}\ddot{h}_3 + C_{32}\dot{h}_2 + C_{34}\dot{h}_4 + V_3 + \eta_3 \quad (13)$$

$$\Gamma_{e4} = M_{42}\ddot{h}_2 + M_{44}\ddot{h}_4 + C_{42}\dot{h}_2 + C_{43}\dot{h}_3 + V_4 + \eta_4 \quad (14)$$

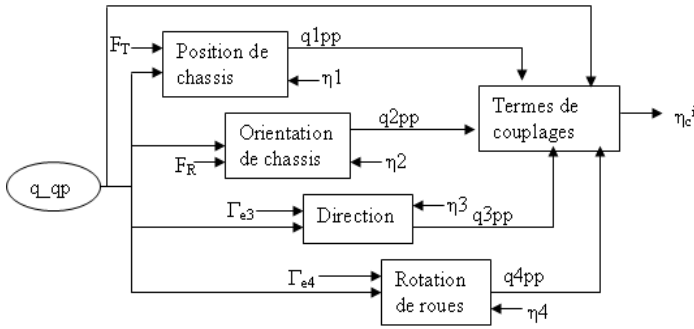


Fig.4.1 : les 4 sous modèles du système dynamique

Le schéma (figure 4.1) décrit les différents blocs nécessaires pour simuler les quatre sous systèmes (les translations du châssis, ses rotations, le braquage et les rotations de roues), qu'on peut écrire :

$$\Sigma 11 : \ddot{h}_1 = f_1(h_1, \dot{h}_1, F_T) + \eta_c^1 \quad (15)$$

$$\Sigma 12 : \ddot{h}_2 = f_2(h_2, \dot{h}_2, F_R) + \eta_c^2 \quad (16)$$

$$\Sigma 21 : \ddot{h}_3 = f_3(h_3, \dot{h}_3, \Gamma_{e3}) + \eta_c^3 \quad (17)$$

$$\Sigma 22 : \ddot{h}_4 = f_4(h_4, \dot{h}_4, \Gamma_{e4}) + \eta_c^4 \quad (18)$$

Couramment dans la littérature, la plupart de chercheurs néglige les termes de couplage [Denis Berdjag 2007]. Le découpage du modèle nominal à 12 DDL est très riche en termes d'information et surtout pour l'évolution des couplages  $\eta_c^i$  qui relient les sous modèles identifiés. On montrera que ces variables sont bornées  $\forall t$ .

## 4.2 Représentation en 2 sous systèmes :

### 4.2.1 Mouvements du châssis :

Les deux premières équations donnent une représentation générale de la dynamique de châssis  $\Sigma 1$  :

$$\begin{bmatrix} F_T \\ F_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{h}_1 \\ \ddot{h}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \end{bmatrix} \dot{h}_2 + \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_c^1 \\ \eta_c^2 \end{bmatrix} \quad (19)$$

Avec les deux termes de couplage  $\eta_c^1$  et  $\eta_c^2$  vérifient :

$$\eta_c^1 = \eta_1 \quad (20)$$

$$\eta_c^2 = M_{23}\ddot{h}_3 + M_{24}\ddot{h}_4 + C_{23}\dot{h}_3 + C_{24}\dot{h}_4 + \eta_2 \quad (21)$$

En choisissant les variables d'état  $x_{11} = (h_1, h_2)$  et  $x_{12} = (\dot{h}_1, \dot{h}_2)$ , on a la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = M_1^{-1}(J_{12}^T F - C_1 x_{12} - V_{12} - \mu_1) \\ y_1 = s(x_{11}, x_{12}) \end{cases} \quad (22)$$

Avec :  $M_1 = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$ ,  $C_1 = \begin{bmatrix} C_{12} \\ C_{22} \end{bmatrix}$ ,  $J_{12}^T = \begin{bmatrix} J_1^T \\ J_2^T \end{bmatrix}$ ,

$V_{12} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$  et  $\mu_1 = \begin{bmatrix} \eta_c^1 \\ \eta_c^2 \end{bmatrix}$  qui sont respectivement la

matrice d'inertie, la matrice de forces de Coriolis et centrifuges, la matrice jacobéenne réduites, vecteur de gravitation et le vecteur de termes de couplage due à la dynamique des autres sous systèmes.

### 4.2.2 Dynamique des roues :

La dynamique de roues  $\Sigma 2$  : elle contient deux blocs le sous système de direction de deux roues avant ( $\Sigma 21$ ) et celui des rotations de quatre roues suivant leur axe y ( $\Sigma 22$ ). Les équations nous donnent le modèle dynamique suivant :

$$\Gamma_{e3} = M_{33}\ddot{h}_3 + C_{34}\dot{h}_4 + \eta_c^3 \quad (23)$$

$$\Gamma_{e4} = M_{44}\ddot{h}_4 + C_{43}\dot{h}_3 + \eta_c^4 \quad (24)$$

Par identification, on obtient les termes de couplage  $\eta_c^3$  et  $\eta_c^4$  :

$$\eta_c^3 = M_{32}\ddot{h}_2 + C_{32}\dot{h}_2 + \eta_3 \quad (25)$$

$$\eta_c^4 = M_{42}\ddot{h}_2 + C_{42}\dot{h}_2 + \eta_4 \quad (26)$$

Alors si on regroupe les équations on aura :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{e3} \\ \Gamma_{e4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{33} & 0 \\ 0 & M_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_3 \\ \ddot{q}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_{34} \\ C_{43} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_3 \\ \dot{q}_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_c^3 \\ \eta_c^4 \end{bmatrix} \quad (27)$$

Pour la même raison, on a choisi les variables d'état  $x_{21} = (h_3, h_4)$  et  $x_{22} = (\dot{h}_3, \dot{h}_4)$ , afin d'aboutir la représentation d'état suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_{21} = x_{22} \\ \dot{x}_{22} = M_2^{-1}(\Gamma_{e34} - C_2 x_{22} - \mu_2) \\ y_2 = s(x_{21}, x_{22}) \end{cases} \quad (28)$$

Avec :  $M_2 = \begin{bmatrix} M_{33} & 0 \\ 0 & M_{44} \end{bmatrix}$ ,  $C_2 = \begin{bmatrix} 0 & C_{34} \\ C_{43} & 0 \end{bmatrix}$ ,  $\Gamma_{e34} = \begin{bmatrix} \Gamma_{e3} \\ \Gamma_{e4} \end{bmatrix}$

et  $\mu_2 = \begin{bmatrix} \eta_c^3 \\ \eta_c^4 \end{bmatrix}$  qui sont respectivement la matrice

d'inertie réduite, la matrice de forces de Coriolis et centrifuges réduite, le vecteur d'entrée de forces externes, et le vecteur de termes de couplage due à la dynamique des autres sous systèmes. Dans la dynamique de roues, le vecteur de gravitation est nul.

L'utilité de cette décomposition est la capacité d'observer isolément chaque partie du kart sans être obligé d'examiner tout le système, du coup, on gagne beaucoup plus du temps pour l'analyse et la simulation.

### 4.3. Propriétés de Passivité :

Ces sous-modèles dynamiques, possède les mêmes propriétés que le système global. On démontre aisément les propriétés suivantes :

-  $\mathbf{P}_{11}$ : La matrice d'inertie  $M_1(q)$  est Symétrique Définie Positive (SPD) et son inverse est uniformément borné.

-  $\mathbf{P}_{12}$ : La matrice  $A_1(q, \dot{q}) = \dot{M}_1(q) - 2.C_1(q, \dot{q})$  est antisymétrique:  $v^T A_1(q, \dot{q})v = 0 \forall v \in R$

La propriété  $\mathbf{P}_{11}$  assure que le système mécanique sera stable.  $\mathbf{P}_{12}$  assure que le transfert vers  $\dot{q}$  en partant de  $u = (J_{12}^T F - V_{12} - \mu_1)$  est bien celui d'un système passif qui vérifie l'inégalité de Popov [M'SIRDI, L. H. 2007]. Ce qui assure une condition suffisante de stabilité du sous système liée à sa passivité.

Les entrées passives sont homogènes à des efforts (forces, couples) et les sorties sont des flux ou vitesses.

Il est donc important de remarque que dans ce cas, les termes de couplages et donc d'incertitude de modélisation, d'approximation et de perturbation vont se présenter dans le même sens que les entrées passives du système. Elles seront donc dissipées.

Il en sera de même pour les autres sous systèmes du modèle, car le même raisonnement s'applique *mutatis mutandis*. L'importance de notre approche montre que le placement des termes négligés est bien choisi.

#### 4. SIMULATION :

Le modèle dynamique du kart sans contact est décodé avec le logiciel de calculs symbolique Maple. Ces codes de programmes générés vont être intégrés dans les blocs Matlab du simulateur et surtout le bloc « dynamique de la caisse du kart » (voir fig. 5.1). Afin d'enrichir la simulation du kart, notre modélisation a permis le couplage avec les autres systèmes tels que: le moteur, l'environnement, contact pneu-chaussée...

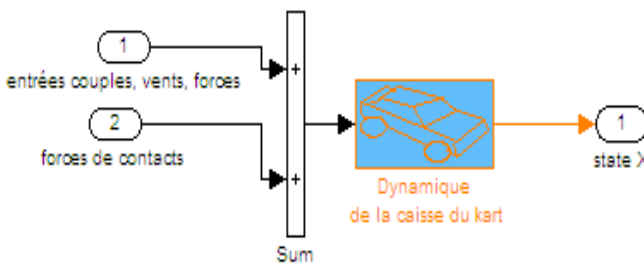


Figure 5.1 : bloc de simulation dynamique

Pour valider ce modèle découplé détaillé dans le paragraphe précédent, on a utilisé une version modifiée du simulateur de véhicule (SimK106N). La validation de ce simulateur, en interaction avec son environnement, à été réalisée sur une voiture instrumentée (Peugeot 406) au sein du laboratoire de recherche LCPC de Nantes.

Pendant cette simulation, on suppose les quatre roues sont identiques et on applique à la direction une consigne constante (voir figure 5.2) d'amplitude  $-0.7^\circ$  soit un virage circulaire à droite pour tester la robustesse des algorithmes numériques.

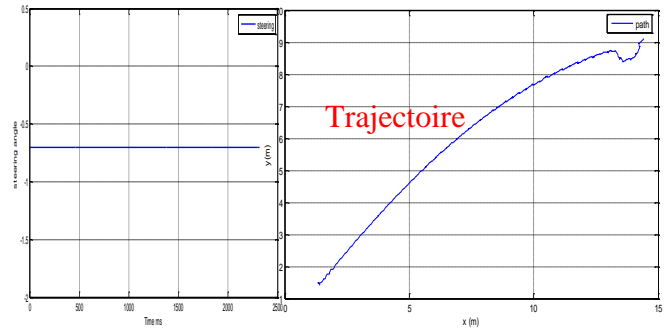


Figure 5.2 : Consigne de direction sinusoïdale

La figure 5.3 représente l'observation de la vitesse longitudinale du kart électrique.

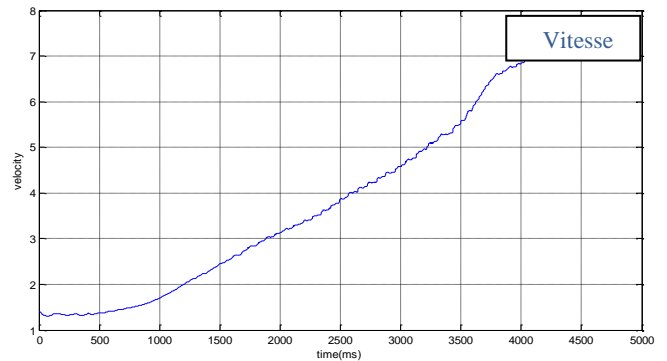


Figure 5.3 : La vitesse longitudinale du kart

L'objectif de cette simulation est de comparer l'évolution de chaque terme avec leur couple associé et de montrer la passivité au cours du temps.

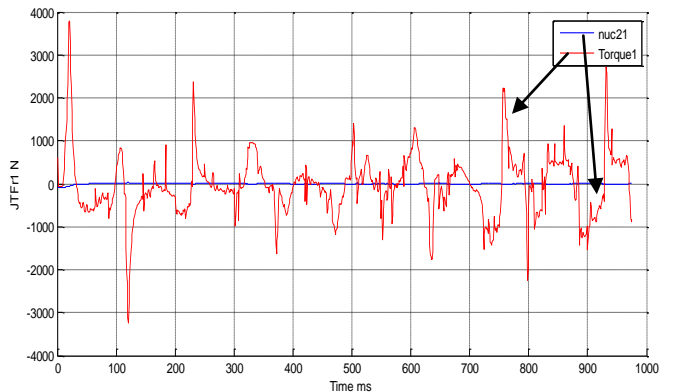


Figure 5.4 :L'évolution de 2<sup>ème</sup> terme de couplage.

A partir de l'équation (22) on compare le deuxième terme de couplage avec  $J_{12}^T F$  et on observe que son amplitude est très faible par rapport au couple associé (fig. 5.4). D'ailleurs, on néglige ce paramètre passif. L'atténuation de  $\eta_c^i$  dans le cas d'une voiture (406) est expliqué par l'absorption de ces paramètres au niveau système de suspension [G. Montseny, G. S. 2002]. Par contre l'absence des amortisseurs sur le kart est traduite par des vibrations au niveau de termes de couplage (voir fig. 5.6).

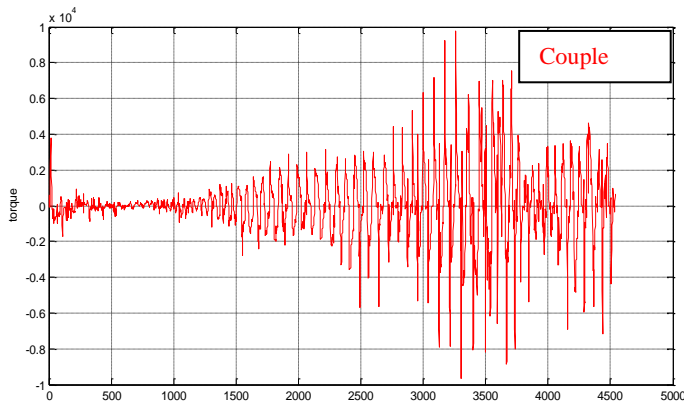


Figure 5.5 : l'évolution du couple de braquage

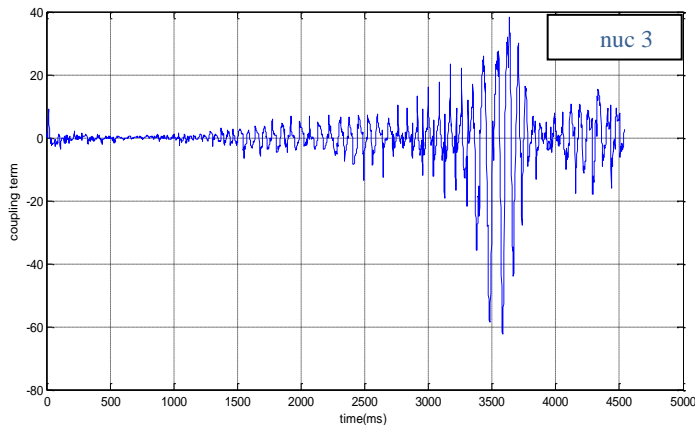


Figure 5.6 : l'évolution de 3<sup>ème</sup> terme de couplage

De même à partir de l'équation (28), nous avons négligé le 3<sup>ème</sup> terme de couplage devant le couple de braquage.

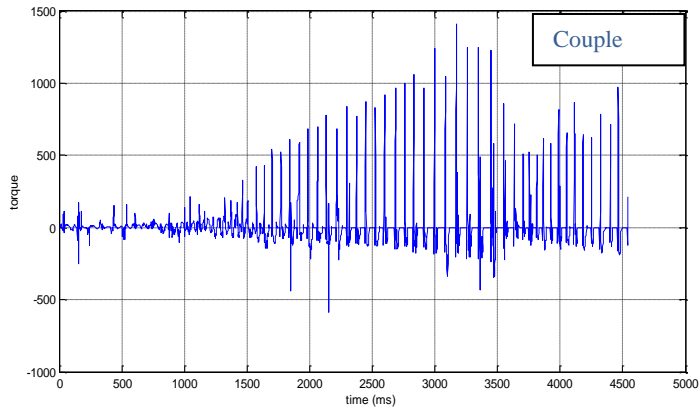


Figure 5.7 : l'évolution du couple moteur de roues

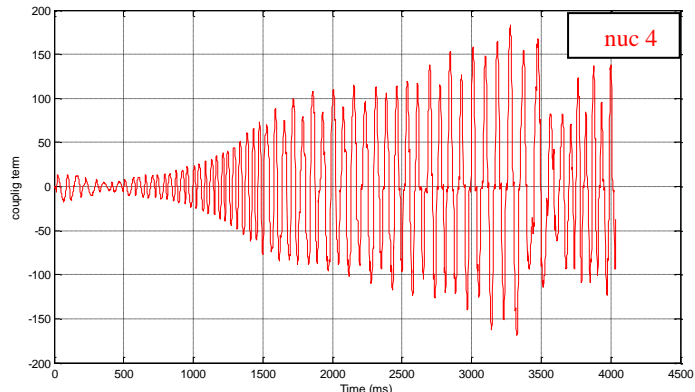


Figure 5.8 : l'évolution de 4<sup>ème</sup> terme de couplage

En utilisant l'équation (26) on a obtenu la figure 5.8 qui montre la faiblesse du 4<sup>ème</sup> terme de couplage devant les couples de quatre roues. Encore la négligence du premier terme est immédiate car il est équivalent au terme  $\eta_1$  qui est déjà négligé et passif. Par conséquent, le kart est désormais représenté par quatre blocs pratiques pour les observateurs robustes et pour la commande [N.K. M'sirdi, B.J. 2008]. Afin d'animer le kart électrique, une fenêtre était développée pour simuler chaque type de mouvement [SIMON P. 2006] tel que le virage circulaire à droite (figure 5.9).

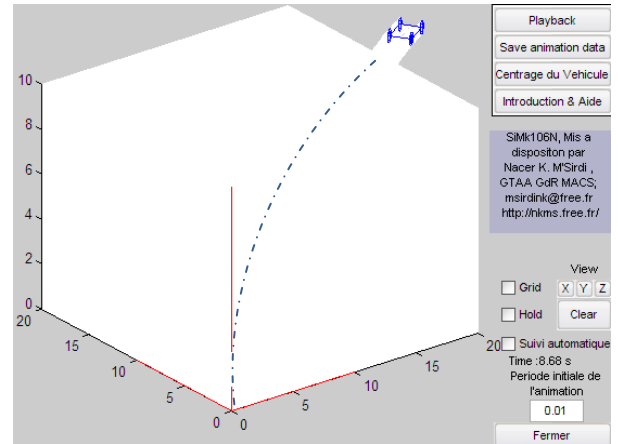


Figure 5.9 : Animation d'un virage

## 5. CONCLUSION

Dans cet article nous avons détaillé un modèle dynamique à 12 DDL d'un karting électrique en absence de système de suspension. Le modèle tient compte des problèmes de contacts mécanique et utilise les modèles géométriques et cinématiques. Il ne se limite pas à la description du comportement moyen ramené au centre de gravité comme il est fréquent dans la littérature.

Pour un but final de diagnostic à base d'observateurs robustes décentralisés [POPIEUL J-C. 2003], nous avons découpé le modèle en sous blocs. Nous avons montré la passivité du système global et des sous systèmes après un découpage approprié.

Le simulateur SimK106N, transformé pour simuler ce modèle global, nous a permis de montrer le niveau d'énergie présent dans les signaux de couplage.

## REFERENCES

Belgacem JABALLAH - Kouider Nacer M'SIRDI - Aziz NAAMANE - MESSAOUD H. "Model Splitting and First Order Sliding Mode Observers for Estimation and Diagnosis in Vehicle", 12th IFAC Symposium on Control in Transportation Systems", CTS'09, pp. 407-412, California, USA Sep 2009.

Denis Berdjag « Méthodes algébriques pour la décomposition de modèles comportementaux » thèse à l'université des Sciences et Technologie de Lille -2007.



Dragos N. CRUCERU, Géneviève D. « *modélisation et simulation d'un démarrage d'un véhicule à boîte de vitesses automatique avec les Bond Graphs* » CIFA 2008.

G. Beurier. « *Modélisation, analyse et contrôle de systèmes mécaniques avec interaction avec l'environnement : Aide à la conduite d'un tunnelier pour un forage en continu* » Thèse de doctorat de l'UPMC, Paris 6, 1999.

G. Montseny, G. Salut, "A propos de la suspension crone", Conférence Internationale Francophone d'Automatique CIFA02, Nantes, 8-10 juillet 2002, pp 361- 367.

H. Nasser, N.K. M'Sirdi, , A Naamane « *Inboard observers and sensors for an electrical and autonomous kart* » STA Sousse December 2008.

H.B. Pacejka.: *Simplified behavior of steady state turning behavior of motor vehicles, part 1: Handling diagrams and simple systems. Vehicle System Dynamics* 2 1973, pp. 162 - 172.

Khalil w. Gentiane Venture, and Maxime Gautier "Dynamic modeling and identification of a car" 2002 IFAC.

Khalil w. Kleinfinger J-F "minimum operations and minimum parameters of the dynamic model of tree structure robots" IEEE of Robotics and Automation, Vol. RA-3(6),1987, p. 517-526.

N.K. M'sirdi, B. Jaballah, A. Naamane, H. Messaoud: *Robust Observers and Unknown Input Observers for estimation, diagnosis and control of vehicle dynamics*, IEEE/RSJ International Conference on IROS, Invited paper in the Workshop on Modeling, Estimation, Path Planning and Control of All Terrain Mobile Robots, 22 Sept 2008, pp49-57.

N. K. M'sirdi, L. H. Rajaoarisoa, J.-F. Balmat, J. Duplaix: *Modeling for Control and diagnosis for a class of Non Linear complex switched systems*. Advances in Vehicle Control and Safety AVCS 07, Buenos Aires, Argentine, February 8-10, 2007.

N.K. M'Sirdi, A. Naamane, A. Rabhi, "A nominal model for vehicle dynamics and estimation of input forces and tire friction". Marrakech CSC 2007.

POPIEUL J-C. (2003). *Diagnostic dans les systèmes homme-machine - application à la conduite automobile*. Mémoire d'HDR, Université de Valenciennes et du Hainaut-Cambrésis, Valenciennes, France, décembre.

SIMON P., PACAUX-LEMOINE M-P., FLORIS J., POPIEUL J-C. (2006). *Simulateur de conduite automobile SHERPA*. Démonstrateur en Automatique à vocation recherche, journées de la section Automatique du club EEA, Angers, France, mars.

## Appendix;

Matrice d'inertie:

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} & 0 & 0 \\ M_{21} & M_{22} & M_{23} & M_{24} \\ 0 & M_{32} & M_{33} & 0 \\ 0 & M_{42} & 0 & M_{44} \end{bmatrix}, \quad M_{11} = \begin{bmatrix} M_1^1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2^2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3^3 \end{bmatrix}$$

$$M_{12} = M_{21}^T = \begin{bmatrix} M_1^4 & M_1^5 & 0 \\ M_2^4 & M_2^5 & 0 \\ 0 & M_3^5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{22} = \begin{bmatrix} M_4^4 & M_5^4 & M_6^4 \\ M_4^5 & M_5^5 & M_6^5 \\ M_4^6 & M_5^6 & M_6^6 \end{bmatrix}, \quad M_{23} = M_{32}^T = \begin{bmatrix} M_4^7 & M_4^8 \\ M_5^7 & M_5^8 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$M_{33} = \begin{bmatrix} M_7^7 & 0 \\ 0 & M_8^8 \end{bmatrix}$$

$$M_{24} = M_{42}^T = \begin{bmatrix} M_9^4 & M_{10}^4 & M_{11}^4 & M_{12}^4 \\ M_9^5 & M_{10}^5 & M_{11}^5 & M_{12}^5 \\ M_9^6 & M_{10}^6 & M_{11}^6 & M_{12}^6 \end{bmatrix},$$

$$M_{44} = \begin{bmatrix} M_9^9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_{10}^{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & M_{11}^{11} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_{12}^{12} \end{bmatrix}$$

Matrice de forces de Coriolis et centrifuges :

$$C = \begin{bmatrix} 0 & C_{12} & 0 & 0 \\ 0 & C_{22} & C_{23} & C_{24} \\ 0 & C_{32} & 0 & C_{34} \\ 0 & C_{42} & C_{43} & 0 \end{bmatrix}, \quad C_{12} = C_{21}^T = \begin{bmatrix} C_4^1 & C_5^1 & 0 \\ C_4^2 & C_5^2 & 0 \\ 0 & C_5^3 & 0 \end{bmatrix}$$

$$C_{22} = \begin{bmatrix} C_4^4 & C_5^4 & C_6^4 \\ C_4^5 & C_5^5 & C_6^5 \\ C_4^6 & C_5^6 & C_6^6 \end{bmatrix}, \quad C_{23} = C_{32}^T = \begin{bmatrix} C_7^4 & C_8^4 \\ C_7^5 & C_8^5 \\ C_7^6 & C_8^6 \end{bmatrix}$$

$$C_{24} = C_{42}^T = \begin{bmatrix} C_9^4 & C_{10}^4 & C_{11}^4 & C_{12}^4 \\ C_9^5 & C_{10}^5 & C_{11}^5 & C_{12}^5 \\ C_9^6 & C_{10}^6 & C_{11}^6 & C_{12}^6 \end{bmatrix}$$

$$C_{34} = C_{43}^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & C_{11}^7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{12}^8 \end{bmatrix}$$

Les matrices jacobéennes pour chaque contact roue-sol:

$$J_1^T = \begin{bmatrix} J_1^1 & 0 & 0 & J_4^1 & 0 & 0 & J_7^1 & 0 & 0 & J_{10}^1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2^2 & 0 & 0 & J_5^2 & 0 & 0 & J_8^2 & 0 & 0 & J_{11}^2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3^3 & 0 & 0 & J_6^3 & 0 & 0 & J_9^3 & 0 & 0 & J_{12}^3 \end{bmatrix}$$

$$J_2^T = \begin{bmatrix} J_1^4 & J_2^4 & 0 & J_4^4 & J_5^4 & 0 & J_7^4 & J_8^4 & 0 & J_{10}^4 & J_{11}^4 & 0 \\ J_1^5 & J_2^5 & J_3^5 & J_4^5 & J_5^5 & J_6^5 & J_7^5 & J_8^5 & J_9^5 & J_{10}^5 & J_{11}^5 & J_{12}^5 \\ J_1^6 & J_2^6 & J_3^6 & J_4^6 & J_5^6 & J_6^6 & J_7^6 & J_8^6 & J_9^6 & J_{10}^6 & J_{11}^6 & J_{12}^6 \end{bmatrix}$$