ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DES NOTIONS DE PERPENDICULARITE ET DE PARALLELISME EN CM1 : QUE PROPOSENT LES MANUELS ?

Claire Guille-Biel Winder, Edith Petitfour

▶ **To cite this version:**

Claire Guille-Biel Winder, Edith Petitfour. ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DES NOTIONS DE PERPENDICULARITE ET DE PARALLELISME EN CM1 : QUE PROPOSENT LES MANUELS ?. Actes du 45ème colloque de la COPIRELEM, Jun 2018, Blois, France. hal-02458780

HAL Id: hal-02458780
https://amu.hal.science/hal-02458780

Submitted on 28 Jan 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ATELIER A15

ENSEIGNEMENT-APPRENTISSAGE DES NOTIONS DE PERPENDICULARITE ET DE PARALLELISME EN CM1 : QUE PROPOSENT LES MANUELS ?

Claire GUILLE-BIEL WINDER
MCF, ESPE Aix-Marseille Université
ADEF (EA 4671)
claire.winder@univ-amu.fr

Édith PETITFOUR
MCF, ESPE Université Rouen Normandie
LDAR (EA 4434) Université de Rouen Normandie, UA UCP UPD UPEC
edith.petitfour@univ-rouen.fr

Résumé

La présence importante des manuels scolaires dans le domaine de l'édition française (Mounier et Priolet, 2015) témoigne de leur place privilégiée en tant que ressources documentaires des enseignants de l'école primaire. Très récemment, le rapport sur l'enseignement des mathématiques concluait sur la nécessité « de fournir aux enseignants un outil leur permettant un choix éclairé, au regard d'un ensemble de critères pertinents. » (Villani et Torossian, 2018, p. 57). Nous avons ainsi proposé aux participants de l'atelier de faire fonctionner un cadre d'analyse basé sur les travaux de Petitfour (2017) pour étudier des propositions d'enseignement des notions géométriques de perpendicularité et de parallélisme dans trois manuels scolaires, présents sur le marché durant l'année scolaire 2017-2018.

I - INTRODUCTION

Très récemment, un rapport parlementaire sur l'enseignement des mathématiques (Villani & Torossian, 2018) a souligné l'importance des ressources documentaires dans les activités proposées aux élèves. S'appuyant sur l'étude présentée par Mounier & Priolet (2015) lors de la conférence de consensus, qui met en évidence la place privilégiée des manuels scolaires pour les enseignants du primaire, ce rapport insiste sur la nécessité que ces manuels soient « facile[s] d'utilisation » tout en conservant « une ambition de rigueur et de qualité dans [leurs] contenus » (Villani & Torossian, 2018, p. 56). Dans cette optique, il conclut sur le besoin de fournir aux enseignants un outil leur « permettant un choix éclairé, au regard d'un ensemble de critères pertinents » (*ibid*, p. 57). S'appuyant par ailleurs sur une étude menée en Angleterre en 2017[1], ce même rapport note que l'acquisition des connaissances ainsi que leur mémorisation sont favorisées par le vécu expérimental et manipulatoire des élèves, rendant cruciale « la question du rapport que les enseignants établissent et entretiennent avec les différents matériels (…) pour la création de situations d'apprentissage pertinentes, efficientes et pour la scénarisation de séances » (*ibid*, pp. 57-58). Nous nous sommes donc penchées sur cette problématique – fournir des outils pour éclairer les choix des enseignants – en nous intéressant à un domaine des mathématiques dont l'enseignement s'appuie essentiellement sur la manipulation d'artefacts : la géométrie et, plus spécifiquement, les notions de perpendicularité et de parallélisme. La reconnaissance et l'utilisation de quelques relations géométriques dont les notions de perpendicularité et de parallélisme (MEN, 2015) est

[1] https://educationendowmentfoundation.org.uk/public/files/Publications/Campaigns/Maths/EEF_-_Maths_KS2_KS3_Guidance_A3_Recs_Poster.pdf et https://educationendowmentfoundation.org.uk/tools/guidance-reports/maths-ks-twothree?utm_content=buffer0a206&utm_medium=social&utm_source=twitter.com&utm_campaign=buffer

en effet l'un des attendus de fin de cycle 3. Dans notre étude, nous nous intéressons aux propositions faites par les manuels scolaires dans l'environnement papier-crayon pour analyser ces relations et réaliser des tracés les mettant en jeu. Comme l'enseignement de ces deux relations apparaît en début de cycle 3 dans les programmes, nous nous sommes restreintes à l'étude de manuels de CM1.

1 Quels manuels scolaires ?

Par « manuel scolaire », nous entendons le « support pédagogique (livres ou fiches) qui doit être acquis par l'élève (lycée) ou qui est mis à sa disposition par l'établissement (école primaire et collège). » (IGEN, 1998), ce qui veut dire que quelquefois le manuel scolaire regroupe un livre-élève ainsi qu'un cahier d'exercices, voire même un répertoire de mathématiques dans lequel figurent définitions et/ou méthodes. Dans notre travail, nous nous appuyons également sur le « guide pédagogique » c'est-à-dire sur la documentation annexée au manuel scolaire et destinée au professeur des écoles.

Les manuels scolaires retenus pour cet atelier appartiennent à trois collections provenant de trois maisons d'édition différentes et connues des enseignants du primaire : « J'aime les maths » (Belin, 2016), « Maths explicites » (Hachette, 2016) et « CapMaths » (Hatier, 2016). Ces manuels, actuellement disponibles à la vente, sont tous postérieurs aux programmes scolaires de 2015 (MEN, 2015) et nous semblent refléter (tout du moins en partie) la variété de l'offre éditoriale :

- la collection « J'aime les Maths » est présentée sur le site de l'éditeur Belin[2] comme « une collection qui met en avant la manipulation, la construction des savoirs par l'élève et la liberté pédagogique de l'enseignant » ; elle organise les apprentissages « par compétences du programme » et propose des « exercices de difficulté progressive » et des « croisements interdisciplinaires » ;
- la collection « Maths explicites » se réfère à la « pédagogie explicite » qui prône un enseignement fortement guidé par l'enseignant ; les principes sur lesquels s'appuie le manuel et annoncés sur le site de l'éditeur[3] sont les suivants : « l'enseignant commence la leçon en donnant aux élèves les connaissances utiles et en expliquant la stratégie à mettre en œuvre pour acquérir une compétence » ; l' « apprentissage est basé sur la répétition ainsi que sur le *rebrassage*[4] » ; la « pratique centre l'attention des élèves sur une seule notion à la fois » ;
- la collection « CapMaths » s'appuie sur la résolution de problèmes comme enjeu et moteur des apprentissages, selon les orientations de la méthode présentés par Roland Charnay[5] ; il s'agit de « propose[r] aux élèves une première rencontre avec toute nouvelle connaissance par le biais d'une réflexion provoquée par la confrontation à une situation à la portée des élèves et qui justifie l'apprentissage de cette nouvelle connaissance, apprentissage nécessairement guidé par l'enseignant ».

2 Présentation de la méthodologie retenue

Nous considérons deux niveaux d'analyse : un niveau local, lorsque nous analysons les séances consacrées à l'enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme ; un niveau plus global, lorsque nous nous intéressons à l'organisation de l'enseignement de ces savoirs telle qu'elle est proposée dans le manuel.

Le niveau local d'analyse porte sur plusieurs éléments (qui seront développés dans la partie II) :

- identification des différents types de connaissances enseignées et/ou explicitées dans les manuels, en prenant appui sur le cadre d'analyse de l'action instrumentée développé par Petitfour (2017) ;

[2] https://www.belin-education.com/jaime-les-maths-manuel-cm1-0

[3] http://www.enseignants.hachette-education.com/elementaire_CM1_Mathematiques/pages/catalogue/fiche-livre/maths-explicites-cm1---livre-eleve---edition-2015-1182112.html

[4] Terme employé par l'éditeur mais non spécifique à la pédagogie explicite.

[5] http://capmaths.editions-hatier.fr/focus-sur/quelques-orientations-de-la-methode-cap-maths.

- explicitation des significations des notions perpendicularité et parallélisme abordées dans le manuel, que ce soit dans la situation introductrice, dans les traces écrites ou les institutionnalisations orales, ainsi que dans les exercices ;

- analyse d'ostensifs comme les éléments de langage (vocabulaire et expressions) proposés par le manuel et les objets sur lesquels porte l'étude.

Au niveau global, nous mettons en évidence la durée que les différents manuels prévoient de consacrer à l'étude des notions de perpendicularité et parallélisme ainsi que le moment de l'année envisageable pour ce faire. Nous distinguons également les séances dans lesquelles ces notions sont objets d'apprentissage de celles dans lesquelles elles apparaissent comme outils permettant de résoudre des problèmes ou de développer d'autres connaissances géométriques. Nous cherchons, en outre, à identifier dans l'enseignement proposé par les manuels, une articulation possible de ces deux notions entre elles (et soulignée par les programmes de 2015), voire avec d'autres notions géométriques.

3 Déroulement de l'atelier

L'objectif de cet atelier est de réaliser une analyse de l'enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme dans les trois manuels de CM1 cités ci-dessus. Pour répondre à la contrainte de temps liée au déroulement de l'atelier, le travail proposé est circonscrit au niveau local et se déroule en plusieurs phases, que nous présentons ci-après dans l'idée d'une possible transposition de l'atelier à une situation de formation initiale ou continue de professeurs des écoles.

Après une présentation collective du cadre d'analyse de l'action instrumentée et des différentes significations des notions de perpendicularité et de parallélisme (phase 1), les participants groupés en binômes (voire trinômes selon l'effectif total) sont invités à réaliser l'analyse d'un seul manuel sur une seule de ces notions (phase 2), en prenant appui sur une grille (voir Annexe 1). Deux binômes ont donc en charge l'analyse locale d'un même manuel, mais chacun sur une notion différente (perpendicularité ou parallélisme). Dans une troisième phase, chaque membre d'un binôme fait part de son travail à un membre de l'autre binôme de sorte qu'ensemble, les deux nouveaux binômes « hétérogènes » puissent faire chacun une analyse de l'enseignement des notions de perpendicularité et de parallélisme dans le manuel à disposition. Ces nouveaux binômes réalisent alors sur une affiche la synthèse de leur travail en relevant les faits marquants. Une quatrième phase fait l'objet d'une discussion-synthèse collective qui permet l'analyse comparée – au niveau local – des manuels concernés. La présentation par les animatrices de l'atelier de l'analyse réalisée au niveau global conclut cet atelier (phase 5). Pour plus de clarté, la Figure 1 illustre l'organisation des phases 2, 3 et 4.

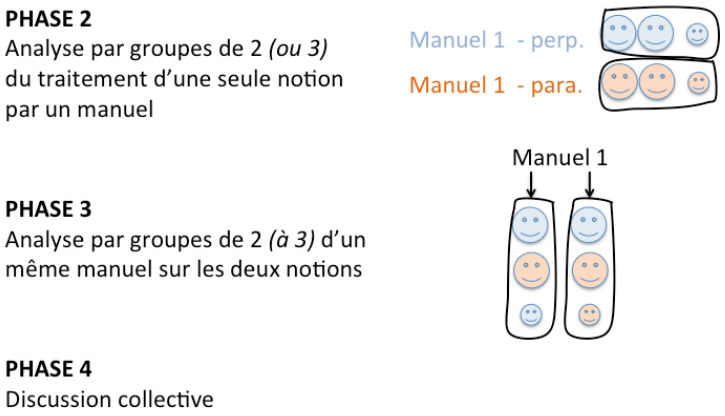


Figure 1. Organisation des phases 2, 3 et 4

Le compte-rendu de l'atelier reprend en partie le déroulement. Après avoir présenté le cadre d'analyse au niveau local (partie II), nous réalisons l'analyse au niveau local des différents manuels (partie III). La partie IV présente l'analyse au niveau global.

II - PRESENTATION DU CADRE D'ANALYSE AU NIVEAU LOCAL

Dans cette partie, nous présentons les différents outils que nous utilisons pour analyser les manuels au niveau local sur les notions de perpendicularité et de parallélisme.

1 Cadre d'analyse de l'action instrumentée

Nous exposons ici brièvement le cadre d'analyse de l'action instrumentée (Petitfour, 2017) qui nous permettra d'identifier, dans les manuels scolaires et guides pédagogiques, les différents types de connaissances explicités par les auteurs.

Une *action instrumentée* est une action d'un sujet qui, dans son environnement de travail, utilise un objet technique pour produire ou pour analyser un objet graphique représentant un objet géométrique. Dans l'environnement papier-crayon, il s'agit par exemple d'utiliser une équerre pour tracer une perpendiculaire à une droite donnée (production de la relation de perpendicularité) ou pour vérifier si un angle est droit (analyse de la relation de perpendicularité entre deux droites). La réalisation d'une action instrumentée met en jeu différents types de connaissances.

Connaissances géométriques. Ces connaissances sont relatives à la définition des objets géométriques (point, droite, angle, etc.), aux relations qui peuvent exister entre eux (perpendicularité, parallélisme, etc.), ainsi qu'aux propriétés géométriques (nature d'un angle, etc.). Elles s'expriment dans un langage géométrique, constitué de termes lexicaux ayant un sens spécifique (« point », « droite », « intersection », etc.) et de tournures syntaxiques spécifiques (« droite perpendiculaire à … passant par … », « droites parallèles », etc.).

Connaissances graphiques. Ces connaissances sont relatives aux informations graphiques pertinentes à prélever visuellement sur les dessins – représentations par des tracés, codages – et à leur interprétation géométrique. Elles concernent également les notations et les symboles. Par exemple, une droite est représentée par un trait droit que l'on peut prolonger autant qu'on veut sachant que la droite est infinie, la relation de perpendicularité se code à l'aide d'un petit carré, la droite passant par deux points A et B donnés se note (AB), le symbole // traduit la relation de parallélisme.

Connaissances spatiales. Ces connaissances sont en lien avec l'expérience qu'a le sujet de l'environnement réel. Elles sont en lien avec la capacité à sélectionner et à interpréter des informations spatiales telles des orientations d'objets (avec une reconnaissance privilégiée de la verticalité et de l'horizontalité) ou des positions relatives d'objets. Elles sont également relatives à la capacité à appréhender et anticiper des transformations (plier, agrandir, dilater, …) ou des déplacements (glisser, tourner, retourner). Elles sont enfin impliquées dans la flexibilité du regard à porter sur une figure (Duval, 2005).

Connaissances techniques. Ces connaissances sont relatives à la fonction des objets techniques – ou artefacts qui deviennent instruments dans un processus de genèse instrumentale – et à leurs schèmes d'utilisation (Rabardel, 1995). Par exemple, une fonction de l'équerre est de vérifier si un angle est droit. Pour ce faire, on place l'équerre sur l'angle à vérifier en ajustant un côté et le sommet de l'angle droit de l'équerre avec un côté et le sommet de l'angle à vérifier, puis on regarde si l'autre côté de l'angle à vérifier coïncide ou non avec l'autre côté de l'angle droit de l'équerre.

Connaissances pratiques. Ces connaissances sont relatives d'une part à la manipulation concrète des objets techniques matériels, en lien avec les compétences manipulatoires construites par le sujet (capacité de coordination des mouvements et ajustements posturaux réalisés avec l'objet technique, capacité à manipuler l'objet technique avec précision et de manière efficace sur le plan matériel et corporel), d'autre part à l'organisation de l'action instrumentée en contexte, en lien avec les compétences organisationnelles construites par le sujet (capacité à planifier ses actions en en concevant l'organisation selon un plan déterminé).

2 Objets choisis par les manuels pour l'étude des concepts

Les objets permettant d'étudier les concepts de perpendicularité et de parallélisme varient en fonction des manuels. L'étude d'une vingtaine de manuels de CM1, sur le marché durant l'année scolaire 2017-2018, nous a conduit à identifier différentes catégories d'objets.

Objets culturels. Certaines situations s'appuient sur des objets culturels porteurs de relations spatiales, comme la représentation des rues d'une ville sur un plan ou la représentation de lignes sur des tableaux d'artistes-peintres, ou encore comme sur les instruments de géométrie.

Objets quotidiens. D'autres situations mettent en jeu des objets issus de l'environnement quotidien, sous forme de dessins (objets connus des élèves) ou sous forme concrète (c'est le cas en particulier lorsque les élèves sont invités à identifier les relations géométriques autour d'eux dans la salle de classe).

Objets graphiques. D'autres situations enfin s'appuient sur des objets graphiques modélisant des objets de l'environnement ou représentant des objets géométriques. Ces objets graphiques sont étudiés sur différents supports : unis, quadrillés ou pointés (à mailles carrées). Ces deux derniers types de supports sont constitués de réseaux de lignes porteurs des relations de parallélisme et de perpendicularité.

3 Les notions de perpendicularité et de parallélisme

Les relations de perpendicularité et de parallélisme présentent différentes significations que l'on peut mettre en lien avec d'autres concepts de géométrie élémentaire (Dussuc et *al.*, 2006 ; ERMEL, 2006 ; Reymonet, 2004). Pour chacune des relations, nous donnons dans les sous-parties suivantes un aperçu des significations pouvant être rencontrées au cycle 3.

3.1 Perpendicularité

Angle. Deux droites sont perpendiculaires si elles se coupent en formant quatre angles égaux (ou quatre angles droits). Comme il suffit que deux droites se coupent en formant un angle droit pour qu'elles en forment quatre, on peut définir aussi deux droites perpendiculaires comme deux droites qui se coupent en formant un angle droit.

Distance. Le plus court chemin entre un point et une droite s'obtient sur la droite perpendiculaire à la droite passant par le point.

Direction. La perpendiculaire à une droite en un point de la droite correspond à une position d'équilibre. Selon l'encyclopédie de Diderot et d'Alembert (1751-1772), « perpendiculaire, en terme de Géométrie, est une ligne qui tombe directement sur une autre ligne, de façon qu'elle ne penche pas plus d'un côté que de l'autre, et fait par conséquent de part et d'autre des angles égaux. Si l'on considère une droite horizontale, une perpendiculaire à cette droite ne penche ni d'un côté, ni de l'autre, elle est verticale. » Cette signification de la perpendicularité s'appuie sur des connaissances spatiales avec une appréhension perceptive de la perpendicularité.

Symétrie axiale. L'axe de symétrie d'un angle plat permet un pliage « trait sur trait ». Cet axe est perpendiculaire à la droite que forment les côtés de l'angle plat.

Quadrilatère particulier. Deux côtés consécutifs d'un rectangle sont supports de droites perpendiculaires.

Pente. Une relation existe entre les pentes de deux droites perpendiculaires. On peut l'observer sur des droites représentées sur un support quadrillé lorsqu'elles passent par des nœuds du quadrillage (voir illustration Figure 2).

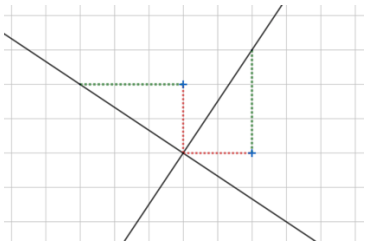


Figure 2. Droites perpendiculaires sur réseau quadrillé

3.2 Parallélisme

Incidence. Deux droites parallèles sont deux droites qui ne se rencontrent jamais [même si on les prolonge]. Cette signification du parallélisme s'appuie sur la perception visuelle. Notons qu'elle est uniquement efficiente dans le plan (dans l'espace, deux droites non coplanaires ne se rencontrent jamais, mais ne sont pas parallèles pour autant).

Distance. Deux droites parallèles sont deux droites d'écart constant.

Direction. Deux droites parallèles ont même direction, elles sont « penchées pareil », par rapport à une même direction, autrement dit elles déterminent avec une sécante commune des angles correspondants égaux (ou encore elles déterminent avec une sécante commune des angles alterne/interne égaux).

Double perpendicularité. Deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles. Cette signification peut être vue comme un cas particulier de la signification précédente.

Translation. La translation (glissement sans tourner) d'une droite conduit à une droite qui lui est parallèle. Cette signification traduit un aspect dynamique du concept.

Quadrilatère particulier. Deux côtés opposés d'un rectangle (ou d'un carré, ou d'un losange, ou plus généralement d'un parallélogramme) sont supports de droites parallèles.

Pente. Une relation existe entre les pentes de deux droites parallèles : elles sont égales. On peut l'observer sur des droites représentées sur un support quadrillé lorsqu'elles passent par des nœuds du quadrillage (voir illustration, Figure 3).

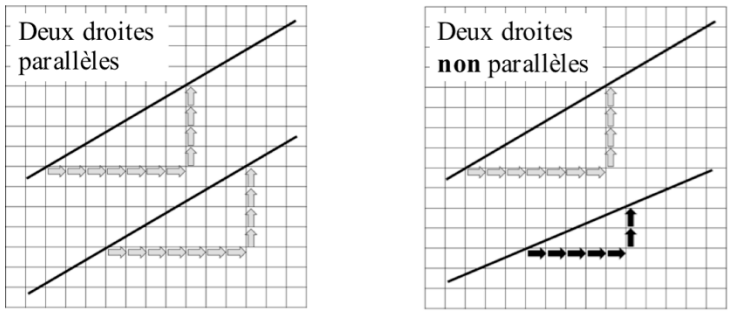
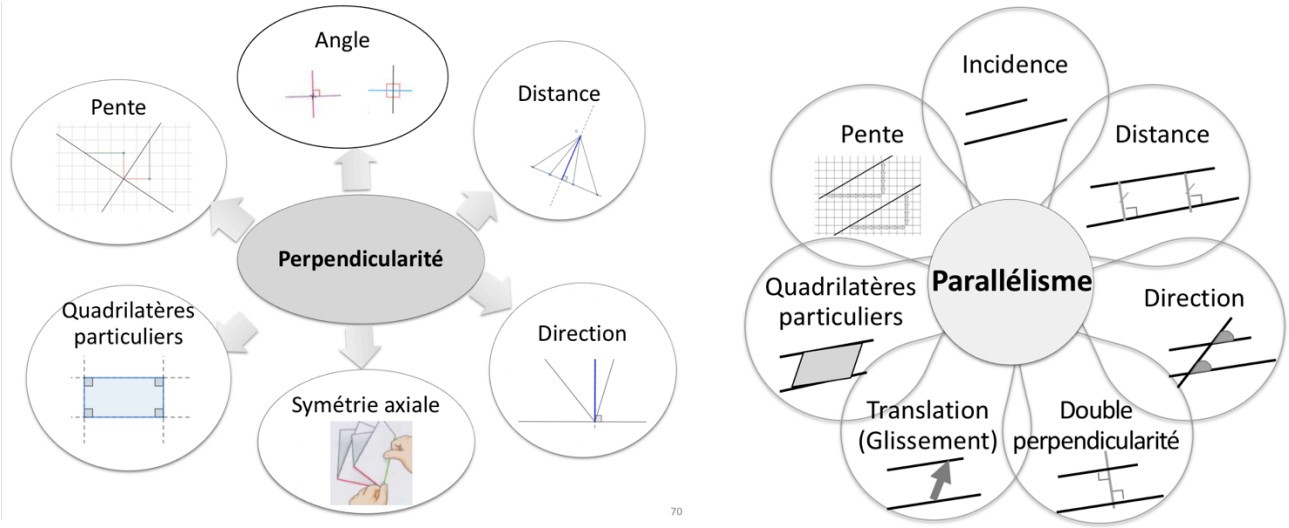


Figure 3. Droites sur réseau quadrillé

3.3 Présentation schématique des relations

Nous récapitulons les différentes significations des relations de perpendicularité et de parallélisme par les schémas suivants (Figure 4).



Relation de perpendicularité *Relation de parallélisme*

Figure 4. Présentation des différentes significations des relations géométriques

III - ANALYSE DE MANUELS AU NIVEAU LOCAL

Dans cette partie, nous présentons une analyse au niveau local des manuels étudiés lors de l'atelier. Dans les collections « J'aime les maths, CM1 » et « Maths explicites, CM1 », le travail portant sur chacune de ces notions est présenté sur une double page du livre-élève (Annexes 2, 3, 4 et 5) ; dans la collection « CapMaths, CM1 », il s'étend sur plusieurs unités d'enseignement (voir partie IV) : nous faisons le choix de nous focaliser sur la première séquence (Annexes 6 et 7).

Nous nous intéressons en particulier aux objets choisis par les auteurs de manuels pour étudier les concepts, aux connaissances explicitées dans les manuels scolaires et guides pédagogiques, à la nature de ces connaissances (géométriques, graphiques, techniques ou pratiques) ainsi qu'aux éléments de langage proposés (vocabulaire, formulations).

1 Manuel « J'aime les Maths, CM1 », Belin 2016

1.1 Objets d'étude

Dans le manuel « J'aime les Maths, CM1 » (Annexes 2 et 3), les concepts de perpendicularité et de parallélisme sont introduits par deux « activités de découverte » analogues consistant à trier des couples de pailles dessinés sur six étiquettes (Figure 5), après vérification à l'équerre et marquage de la présence d'angles droits pour la perpendicularité et après mesure de l'écartement entre les pailles pour le parallélisme.

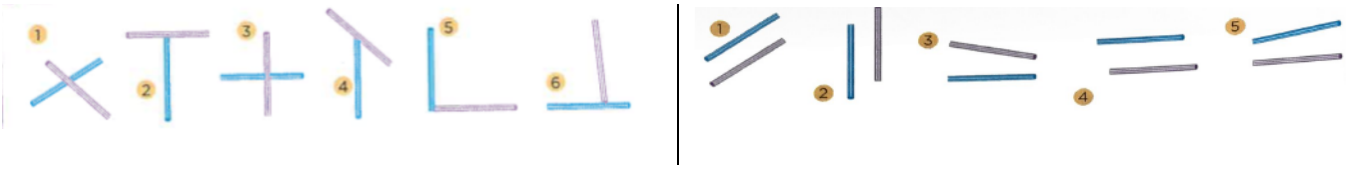


Figure 5. Activités de découverte des notions de perpendicularité (à gauche) et de parallélisme (à droite), « J'aime les maths »

L'introduction des concepts s'appuie donc sur l'observation **d'objets du quotidien** qui sont **dessinés**, des pailles, dans une situation que nous qualifions de *pseudo-concrète* : la situation est artificielle et ne présente pas de motivation dans la vie quotidienne. Le guide pédagogique précise en remarque qu'il est possible d'utiliser de vraies pailles pour reproduire les configurations proposées sur les étiquettes, ce qui conduit dans ce cas à étudier la position relative de configurations d'**objets concrets** du quotidien. Cette suggestion d'utiliser de vraies pailles serait-elle motivée par la croyance des auteurs que la manipulation favorise un meilleur accès au concept géométrique ? La manipulation risque plutôt de créer de nouvelles difficultés : d'abord les configurations de pailles peuvent bouger lors de l'utilisation de l'équerre pour vérifier si les angles sont droits ou celle de la règle graduée pour mesurer l'écartement entre les pailles, ensuite les configurations où une paille chevauche l'autre peuvent poser problème pour le positionnement de l'équerre puisqu'elles ne sont pas dans un même plan.

Dans les exercices proposés, les relations de perpendicularité et de parallélisme sont étudiées sur des **objets culturels** (tableau de Mondrian, plan de rues), sur des **objets quotidiens** (panneau de signalisation routière, lettres majuscules, drapeaux de pays) et sur des **objets graphiques** représentant des objets géométriques (couples de droites ou réseau de droites, côtés de polygones et segments).

Concernant le travail sur la notion de perpendicularité, nous constatons des types de tâches inappropriés sur ces objets, avec la demande d'un dénombrement de droites (Annexe 2, exercice 12 p. 145), de côtés (Annexe 2, exercice 7 p. 145) et de segments (Annexe 2, exercice 14 p. 145) perpendiculaires : la perpendicularité n'est pas l'attribut d'une ligne droite, c'est une relation binaire entre deux lignes droites. En outre, la réponse attendue pour l'exercice 12 laisse perplexe quant à la distinction à faire dans la lecture du tableau entre segments et droites et ainsi mentionnée dans le guide pédagogique : « Le tableau de Mondrian compte 3 droites perpendiculaires (on ne compte pas les segments) ».

1.2 Connaissances géométriques

Relation de perpendicularité

Dans l'activité de découverte de la notion de perpendicularité (Annexe 2, guide pédagogique, p. 145), il est demandé aux élèves de « noter sur l'ardoise les pailles qui se coupent à angle droit » suite à une vérification à l'équerre et à un marquage de la présence d'angles droits. La perpendicularité est alors introduite en conclusion de l'activité par l'explicitation suivante : « Si les pailles se coupent à angle droit, elles sont perpendiculaires. » La perpendicularité est ainsi définie dans le contexte des pailles par la relation « se couper à angle droit ». Cette expression géométrique appliquée à un terme de la langue courante, les pailles, est non aisément interprétable par les élèves. Ils doivent en déduire la signification d'après les codages d'angles droits trouvés à l'aide de l'équerre. Des problèmes de compréhension peuvent surgir si l'on interprète les agencements de pailles de façon concrète (Figure 6) : on dirait plutôt que les pailles se touchent dans les cas 2, 4, 5 et 6 et qu'une paille est posée sur l'autre dans les cas 1 et 3, mais en aucun cas qu'elles ne se coupent. De la même manière, l'expression « point d'intersection des deux pailles » associant terme géométrique et terme courant et utilisée dans le guide pédagogique pour décrire le positionnement de l'équerre est inappropriée : les deux pailles ont une zone d'intersection commune qui ne se réduit pas à un point. En outre, il n'est pas censé d'imaginer que les représentations des pailles puissent être prolongées comme il est parfois nécessaire de le faire pour les représentations graphiques de droites, lorsque les traits qui les représentent ne se touchent pas.

Dans « J'aime les maths, CM1 », l'approche de la relation de perpendicularité est réalisée uniquement en lien avec le concept d'angle avec une seule signification formulée de la façon suivante dans le livre-élève (Annexe 2, « Retenons ensemble », p. 144) : « Deux droites qui se coupent en formant un angle droit sont perpendiculaires ». Le fait que ces deux droites se coupent aussi en formant quatre angles droits n'est pas abordé dans le manuel, ce qui peut être source de difficultés de compréhension pour les élèves s'ils s'interrogent sur l'angle droit à considérer dans le cas de droites perpendiculaires.

Relation de parallélisme

Dans l'activité de découverte de la notion de parallélisme, il est demandé aux élèves de « noter sur l'ardoise les pailles qui ont un écartement constant » (Annexe 3, guide pédagogique, p. 147), alors que cette notion n'est pas définie au moment où la séance commence. La relation de parallélisme est alors introduite en conclusion de l'activité par l'explicitation suivante : « Si l'écartement entre les pailles est toujours le même, elles ne peuvent se couper. On dit qu'elles sont parallèles. » (*ibid*). La formulation met ainsi en jeu deux significations (celle liée à la distance et celle liées à la relation d'incidence), sans que les liens entre les deux soient explicités. On retrouve cette double signification dans la trace écrite proposée dans le livre-élève (Annexe 3, « Retenons ensemble », p. 146), accompagnée de l'explicitation technique de vérification. La technique de vérification proposée est cohérente avec la signification liée à la distance. Elle est mise en œuvre dans trois exercices sur les treize proposés.

La tâche d'identification/contrôle du parallélisme de droites est proposée dans neuf exercices. Quatre d'entre eux peuvent être résolus perceptivement, en mettant en jeu la signification liée à la direction, par rapport à l'horizontale ou à la verticale (Annexe 3, exercices 5, 9, 12 et 13, p. 147), sans que celle-ci ait été explicitée dans le livre-élève ou par le guide pédagogique. Notons par ailleurs que dans cinq de ces exercices, les droites parallèles sont soit horizontales, soit verticales, au risque de renforcer la représentation erronée parallèle/horizontale ou verticale. Nous nous interrogeons enfin sur la pertinence de l'exercice 9 qui présente les droites parallèles entre elles en leur attribuant la même couleur. Enfin l'exercice 10 p. 147 (Annexe 3) propose la réalisation d'un programme de construction qui conduit à une technique de tracé d'une droite parallèle à une droite donnée. La signification sous-jacente à cette technique est congruente avec l'une des significations institutionnalisées (droites d'écart constant). Cependant, elle met en jeu la notion de distance d'un point à une droite, alors que cette notion n'est pas abordée du tout dans « J'aime les maths, CM1 ». La Figure 6 propose une synthèse des différentes significations abordées.

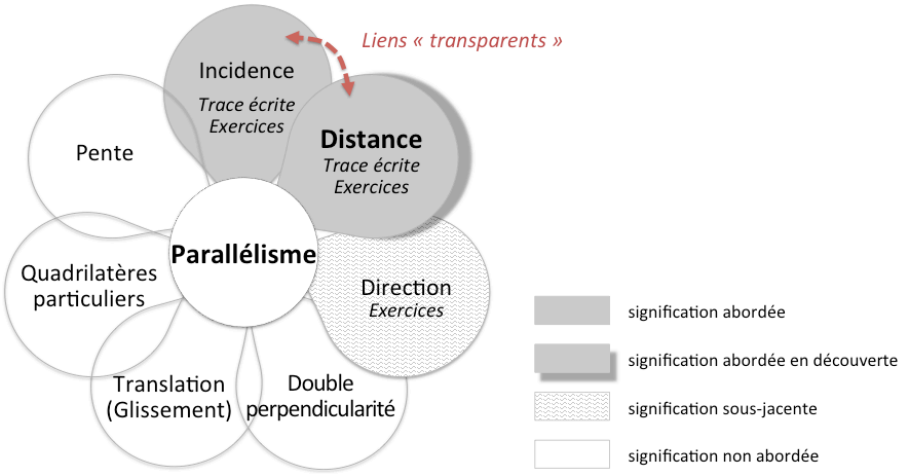


Figure 6. Les différentes significations de la notion de parallélisme abordées dans « J'aime les maths, CM1 »

Vocabulaire et formulations langagières

De manière générale, nous constatons, dans le manuel « J'aime les maths, CM1 », une imbrication entre le langage courant et le langage géométrique qui se révèle dès les activités de découverte dans lesquelles le terme *paille* (objet du quotidien) est substitué au terme *droite* (objet géométrique) : « les pailles se coupent à angle droit » ou le « point d'intersection des pailles » (Annexe 2, guide pédagogique, p. 145), « les pailles parallèles » (Annexe 3, livre-élève, p. 146). Cette substitution correspond-elle à une volonté des auteurs de rendre plus accessible un contenu géométrique qui ne pourrait l'être d'emblée ? Il nous semble qu'au contraire ce choix est source d'obstacles pour les élèves. Nous relevons aussi les expressions « bandes parallèles » (Annexe 3, exercice 7) ou « rues parallèles » (Annexe 3, exercice 11) dans lesquelles le terme *parallèle* n'a pas le sens géométrique *stricto sensu* que l'on attribue à deux droites.

Nous notons également à propos de la présentation des objets d'étude du manuel des formulations langagières non rigoureuses dans les questions posées dans les exercices (Annexe 2, exercices 7, 12 et 14, p. 145 ; Annexe 3, exercices 5, 7, 8 et 13, p.147) parce qu'elles négligent l'aspect de relation binaire entre deux droites de la relation de perpendicularité / parallélisme. L'unicité de la droite perpendiculaire / parallèle à une droite donnée passant par un point donné n'est pas non plus prise en compte lorsqu'il est demandé de tracer une droite d_2 perpendiculaire / parallèle à la droite d_1 et passant par le point B » (Annexe 2, exercice 10, p. 145 ; Annexe 3, exercice 10, p. 147). Par ailleurs, des confusions apparaissent entre un angle et son sommet dans le guide pédagogique dans l'explicitation qui est faite du positionnement de l'équerre pour vérifier si les angles sont droits : « on positionne bien l'angle droit de l'équerre sur le point d'intersection des deux pailles » (Annexe 2, guide pédagogique, p. 145).

Ces formulations peu rigoureuses reflètent un manque de connaissances géométriques et semblent contradictoires avec l'insistance faite par les auteurs sur le vocabulaire. Il est demandé en effet dans le guide pédagogique d'« insister sur les mots à retenir : angle droit, perpendiculaires, équerre » (Annexe 2, guide pédagogique p.145), puis « parallèles, écartement » (Annexe 3, guide pédagogique p.147), et trois exercices pour chacune des deux séquences visent à « mobiliser le lexique géométrique » (Annexe 2, exercices 3, 4 et 6 / Annexe 3, exercices 3, 4 et 6). Remarquons qu'il ne s'agit pas du tout d'un emploi du vocabulaire en situation tel que préconisé dans les programmes scolaires.

1.3 Autres types de connaissances

Ni *connaissances spatiales* ni *connaissances pratiques* ne sont formulées dans le manuel ou le guide pédagogique. En revanche, nous trouvons des connaissances *graphiques* et *techniques*.

Connaissances graphiques

Le formalisme apparaît dès le début de l'apprentissage sur la perpendicularité avec l'introduction du symbole ⊥, sur le parallélisme avec l'introduction du symbole //, présentés dans les parties « Retenons

ensemble » du livre-élève (Annexes 2 et 3) et à utiliser dans des exercices (voir par exemple Annexe 2, exercices 3, 4 et 6 ainsi que Annexe 3, exercices 3, 4 et 6). Rappelons que la connaissance du symbolisme n'est pas un attendu des programmes de 2015.

Nous notons également que le codage d'un angle droit pour la représentation de deux droites perpendiculaires est institutionnalisé (Annexe 2, « Retenons ensemble », p.144) puis utilisé dans deux exercices (Annexe 2, exercice 11 et Annexe 3, exercice 10). Enfin, dans « Retenons ensemble » p.146 (Annexe 3), le manuel propose le codage avec double flèche pour représenter la longueur de segments.

Connaissances techniques

Dans le travail sur la notion de perpendicularité, deux fonctions de l'équerre sont institutionnalisées dans le livre-élève de la manière suivante : « Pour vérifier ou tracer deux droites perpendiculaires, j'utilise l'équerre ». La présentation d'une technique sous forme d'une chronologie de trois vignettes s'ensuit et représente en fait les étapes de tracé de deux droites perpendiculaires en un point. Ces étapes ne sont en rien analogues à celles de la vérification de la perpendicularité de deux droites comme cela peut être suggéré. Dans la construction, l'utilisation de la règle doit se déduire du dessin de cet instrument sur les vignettes. La fonction de la règle – tracer un trait droit – peut se déduire des textes de la vignette 1 (« Je trace une droite d ») et de la vignette 3 (« Je prolonge pour obtenir la droite e »). Sur la vignette 2, la règle n'a pas de fonction technique, elle a probablement une fonction pratique d'aide au placement de l'équerre si l'on imagine que l'on y fait coulisser l'équerre pour l'amener jusqu'au point A, mais rien n'est écrit à ce sujet.

Pour chacune des étapes de la construction, un texte accompagne le dessin du positionnement des instruments, un crayon et un trait rouge mettent en évidence le lieu du tracé. La première étape consiste à tracer une droite d et placer un point A sur la droite. Les deux autres étapes visent donc à tracer la droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point qui appartient à cette droite. Le cas d'un point qui n'appartient pas à la droite donnée n'est pas traité dans la partie « Retenons ensemble » du livre-élève. La technique de vérification de la perpendicularité est explicitée seulement dans le guide pédagogique dans la situation contextualisée des pailles de l'activité de découverte comme « procédure la plus efficace » pour trier les couples de pailles : « on positionne bien l'angle droit de l'équerre sur le point d'intersection des deux pailles pour vérifier la perpendicularité » (Annexe 2, guide pédagogique, p. 145). La confusion faite entre l'angle droit et son sommet ne rend pas du tout explicite la façon de positionner l'équerre pour vérifier la relation de perpendicularité. Enfin concernant le langage pour décrire la technique de tracé de deux droites perpendiculaires, des formulations imprécises sont employées et certaines informations essentielles sont à prélever sur le dessin. Sur la vignette 2, c'est en effet un côté de l'angle droit de l'équerre que l'on doit mettre sur la droite d, avec le sommet de l'angle droit de l'équerre sur le point A – cette dernière information est à prélever sur le dessin. Ensuite, on doit tracer un côté d'un certain angle droit – d'après le dessin, celui sur lequel on a placé l'équerre – et on doit prolonger ce côté – d'après le dessin, à partir du point A, de l'autre côté de la droite d.

Dans le travail sur la notion de parallélisme, une technique d'identification/contrôle du parallélisme est proposée. Les instruments à utiliser sont précisés : « Il faut utiliser l'équerre et la règle graduée pour savoir si des droites sont parallèles ou non » (Annexe 3, « Retenons ensemble »). Le schème d'utilisation est verbalisé d'une part dans le guide pédagogique en conclusion l'activité contextualisée avec les pailles (« On positionne l'équerre perpendiculairement à une première paille, on colle la règle graduée à l'équerre et on mesure l'écartement en faisant glisser les deux règles. »), d'autre part dans la partie « Retenons ensemble » du livre-élève (« Je place la règle et l'équerre perpendiculairement à l'une des droites. Je vérifie que l'écartement est toujours le même. »). Ce dernier texte accompagne un dessin de deux droites sur lesquelles sont positionnées équerre et règle graduée avec le codage d'un écartement de 2 cm marqué à deux endroits. La chronologie des actions à réaliser n'est pas indiquée. L'utilisation de l'équerre sous-tend le fait que l'écart entre deux droites se réalise à partir d'un segment perpendiculaire à l'une de ces droites, ce qui est repris dans le codage de la figure accompagnant le programme de construction (Annexe 3, exercice 10) : cependant ce fait n'est jamais explicité (ni dans le manuel, ni par le guide pédagogique), il semble aller de soi. Enfin, tout comme le texte de description de la technique de

tracé de deux droites perpendiculaires, les formulations choisies pour décrire le positionnement de la règle et de l'équerre pour mesurer l'écartement entre deux droites sont imprécises : « placer l'équerre perpendiculairement à une droite » n'a pas de sens. À partir du dessin, il faut voir que c'est en fait un des côtés de l'angle droit de l'équerre que l'on placera sur l'une des deux droites, et qu'on placera la règle contre l'autre côté de l'angle droit de l'équerre.

2 Manuel « Maths Explicites, CM1 », Hachette 2016

2.1 Objets d'étude

Dans le manuel « Maths Explicites, CM1 », le concept de perpendicularité est introduit avec des **objets culturels**. D'abord le guide pédagogique, dans la phase de « rappel des connaissances préalables », demande à l'enseignant de « Montrer et demander aux élèves de montrer l'angle droit de l'équerre et ses 2 côtés perpendiculaires ». Le terme *perpendiculaire* est ainsi introduit pour nommer les côtés de l'angle droit de l'équerre, plutôt que pour nommer une relation spécifique entre deux droites. Ensuite, l'activité de la rubrique « Apprenons ensemble » du manuel s'appuie sur l'emploi social du terme *perpendiculaire* pour faire décrire la position relative de rues sur un plan. Cet objet culturel, un plan avec des rues, est également exploité dans un exercice (Figure 7). On peut remarquer que le plan de la situation d'introduction fait cohabiter la vue du dessus pour les rues avec une vue de côté (dessin des maisons), ce qui peut conduire à des difficultés d'interprétation.

Figure 7. Objet culturel : plan avec des rues

La notion de parallélisme est introduite avec des **objets quotidiens** en faisant référence à des plots alignés séparant des couloirs dans une course à pied (Figure 8 et Annexe 5). Un exercice de reconnaissance de la relation de parallélisme (Annexe 5, exercice 12, p.129) présente un objet culturel : il s'agit d'un tableau de Vasarely présentant des « lignes horizontales parallèles ».

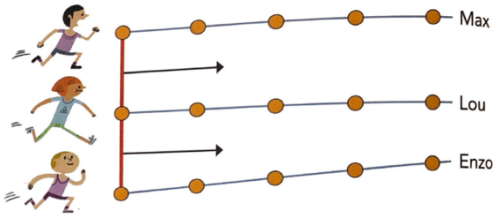


Figure 8. « Apprenons ensemble », « Maths Explicites, CM1 », p.128

Dans toutes les activités proposées et tous les autres exercices (Annexes 4 et 5), les relations de perpendicularité et de parallélisme sont étudiées sur des **objets graphiques** représentant des objets géométriques (couples de droites ou réseau de droites, côtés de polygones).

2.2 Connaissances géométriques

Relation de perpendicularité

La relation de perpendicularité est abordée dans le manuel sous deux significations.

L'approche de la relation est réalisée en lien avec le concept d'angle. La définition suivante est d'abord donnée : « Des droites perpendiculaires sont des droites qui se coupent en formant un angle droit. »,

accompagnée d'une représentation codée de deux droites perpendiculaires, avec le dessin d'une équerre (« J'apprends », Annexe 4). Remarquons dans ce manuel les liens forts qui sont faits entre le concept de perpendicularité et l'instrument, l'équerre, qui est à chaque fois dessinée en plus du codage de l'angle droit (voir Annexe 4 – « Apprenons ensemble » et « J'apprends »). Le fait que deux droites perpendiculaires se coupent aussi en formant quatre angles droits est sous-jacent à une connaissance technique formulée et représentée dans le livre-élève dans ce qui est à retenir. Il est en effet précisé que « sur une droite, je peux positionner l'angle droit de l'équerre et un de ses côtés de 4 manières différentes » et les quatre positionnements possibles sont illustrés par un dessin (voir Annexe 4 – « J'ai compris »).

Une deuxième signification de la relation de perpendicularité, en lien avec le concept de distance, est abordée dans le manuel : « Le chemin le plus court entre un point A et une droite *d* est le segment perpendiculaire à *d* qui passe par A. »

Relation de parallélisme

L'exemple introductif proposé par le manuel s'appuie sur la perception que les lignes de plots vont finir « par se couper », ce qui réfère directement à la relation d'incidence entre les droites. Le guide pédagogique (Annexe 5, « Sous-compétences 1 et 2 : définir le mot « parallèles » et percevoir à vue d'œil que des droites sont parallèles ») incite alors l'enseignant à proposer une institutionnalisation orale que nous qualifions de « trois en un » puisque trois significations de la relation de parallélisme sont abordées, sans que le passage entre elles soit aménagé (l'équivalence des trois formulations semble aller de soi) : « droites qui ne se coupent jamais même si on les prolonge » (en référence à l'exemple introductif), « elles vont dans la même direction » et « l'écartement (la distance) entre les droites est constant : il ne change pas ». Notons par ailleurs que la notion de direction d'une droite n'est pas explicitée, comme si c'était une évidence. Enfin, seule la perception de la relation d'incidence entre les droites est en jeu dans l'exercice 1 (Annexe 5) proposé en application, puis plus tard dans l'exercice 6.

Un deuxième exemple est proposé dans le guide pédagogique (Annexe 5, « Sous-compétence 3 : vérifier sur un quadrillage que des droites sont parallèles », p.182) : en appui sur le quadrillage du tableau ou des cahiers des élèves, sur lequel on peut percevoir le parallélisme de certaines droites, l'enseignant est incité à faire remarquer aux élèves que « l'écart : le nombre de carreaux reste toujours le même » (*ibid*) et que les lignes verticales (puis horizontales) « sont toutes parallèles entre elles » (*ibid*). Ainsi cette deuxième institutionnalisation orale évoque une double signification : celle liée à la distance et celle liée à la direction des droites horizontales et verticales. L'exercice 2, ainsi que la technique institutionnalisée ensuite et qui porte sur le tracé de droites parallèles appartenant au réseau d'un papier quadrillé (Annexe 5, « Sous-compétence 4 : tracer des droites parallèles sur papier quadrillé et pointé », p. 183), s'appuient sur ces directions privilégiées, au risque de renforcer la confusion parallèle/horizontale ou verticale. Le guide pédagogique (Annexe 5, « Sous-compétence 4 : tracer des droites parallèles sur papier quadrillé et pointé », p. 183) incite alors l'enseignant à présenter une technique de tracé de droites parallèles à « une droite oblique sur le quadrillage, passant par des points d'intersection des carreaux » : il s'agit de dénombrer les carreaux qui séparent deux points du réseau par lesquels passe la droite donnée, puis « à partir d'un coin de carreau, reprodui[re] le même déplacement pour placer le second point ». Cette technique utilise en acte la signification liée à la notion de pente. L'exercice 3 la met en œuvre accompagné d'une trace écrite qui la présente. Plus tard, les premières parties des exercices 7 et 8, ainsi que les exercices 9 et 10 mettront en œuvre les deux techniques présentées.

Le guide pédagogique poursuit la « pratique guidée » en faisant présenter aux élèves une technique permettant la vérification de la relation de parallélisme à l'aide d'un « guide-âne » (réseau de droites parallèles sur un calque), qui réfère en acte à la signification « même direction ». Le guide-âne est alors utilisé dans les exercices 4 et 5 pour identifier des droites parallèles.

Enfin la trace écrite proposée dans le manuel (Annexe 5 « J'apprends » et « J'ai compris ») présente la seule définition référant à l'incidence des droites, ainsi qu'une seule technique de contrôle, celle qui utilise le guide-âne et réfère donc à la direction des droites. Cette technique est mise en œuvre

uniquement dans l'exercice 6 et la deuxième partie de l'exercice 7. Nous constatons que même si la signification en relation avec la notion de distance est abordée, il n'est fait aucun lien avec la perpendicularité contrairement aux préconisations des programmes. La Figure 9 propose une synthèse des différentes significations abordées.

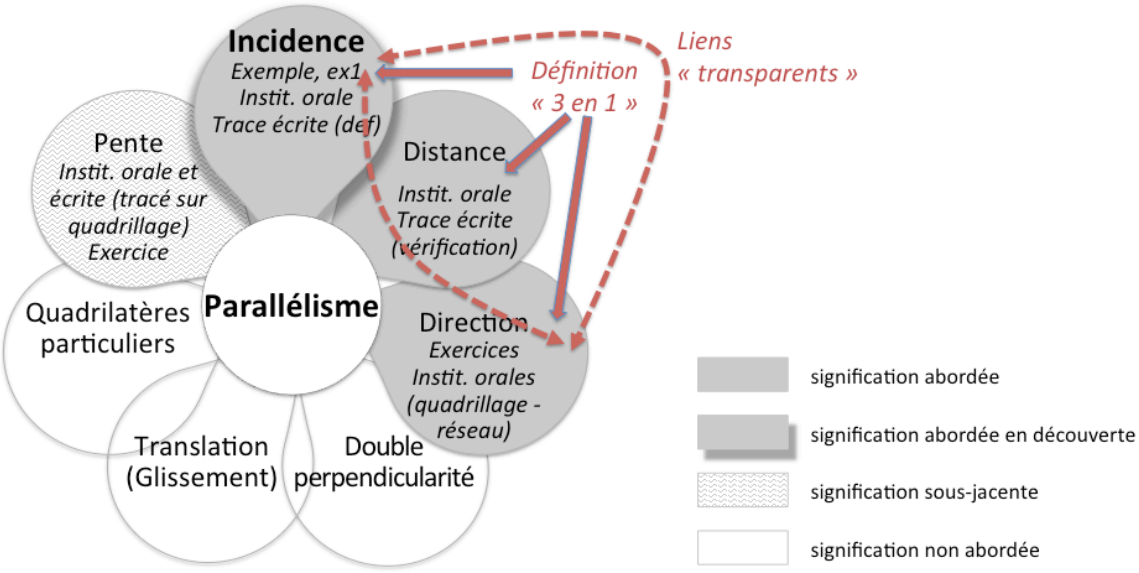


Figure 9. Les différentes significations de la notion de parallélisme abordées dans « Maths Explicites, CM1 »

Vocabulaire et formulations langagières

Le guide pédagogique (Annexes 4 et 5) exprime les différentes façons de formuler la relation de perpendicularité/parallélisme de façon contextualisée : « Préciser que l'on peut dire que les rues de Gaëlle et Kenza sont perpendiculaires ou que la rue de Gaëlle est perpendiculaire à celle de Kenza ou que la rue de Kenza est perpendiculaire à celle de Gaëlle. » (p. 180) ; « On peut dire que les lignes droites de Lou et Enzo ne sont pas parallèles, ou que la d'Enzo n'est pas parallèle à celle de Lou, ou que la ligne de Lou n'est pas parallèle à celle d'Enzo. » (p. 182). Ainsi est mise en avant la symétrie des deux relations.

Dans le manuel « Maths explicite, CM1 » une imbrication entre le langage courant et le langage géométrique se révèle d'abord dans l'exemple introductif de la notion de perpendicularité avec l'emploi du terme *perpendiculaire* dans son usage social (« rues perpendiculaires »). Le terme semble cependant être à interpréter dans son sens géométrique puisque c'est une vérification à l'équerre qui permet de trancher sur la perpendicularité des rues. Si l'on devait se prononcer sur la position relative de rues sur un plan dans la vie courante, on estimerait visuellement la relation en acceptant une marge d'erreur plus importante que celle liée à une vérification à l'équerre. L'imbrication langage courant – langage géométrique se révèle aussi dans l'exemple introductif sur la notion de parallélisme dans lequel l'expression « ligne de plot » (objet du quotidien) est substituée au terme *droite* (objet géométrique) : « les lignes de plot (…) ne doivent pas se couper : elles doivent être parallèles » (Annexe 5, manuel, p. 128). On relève également l'expression « lignes horizontales parallèles » (Annexe 5, exercice 12). L'emploi dans cet exercice du terme « parallèle » fait référence à l'usage social qui exprime la position relative des lignes courbes, mais pas à la définition mathématique qui réfère à une relation entre droites. La manière de tracer des « lignes parallèles de plus en plus espacées [qui] se déforment dans le cercle » renvoie en effet plus à une activité d'art plastique que de géométrie. Par ailleurs la formulation est erronée : les lignes ne sont pas « horizontales » puisque courbes !

Comme pour le manuel précédent, nous relevons dans le guide pédagogique des formulations langagières non rigoureuses parce que ne tenant pas compte de l'unicité de la droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné : « On veut tracer une droite *e* perpendiculaire à la droite *d* passant par le point *O* » (Annexe 4, guide pédagogique, p. 181). Par ailleurs, l'expression « On pose

l'angle droit de l'équerre sur le point O » révèle une confusion entre les deux objets géométriques suivants : l'angle et le sommet de l'angle.

2.3 Autres types de connaissances

Connaissances spatiales

Aucune *connaissance spatiale* n'est formulée dans le manuel ou le guide pédagogique. Nous constatons cependant une volonté des auteurs de s'appuyer sur ces connaissances lorsque, dans les exemples de tracés de droites perpendiculaires à faire au tableau en démonstration pour les élèves, une orientation privilégiée de droites est choisie : « l'enseignant trace une droite *d* horizontale » (Annexe 4, guide pédagogique, p. 181). Cela peut conduire, d'une part à renforcer la reconnaissance de la relation de perpendicularité dans les seuls cas d'orientations horizontale et verticale de droites, d'autre part à cultiver la confusion entre perpendicularité et verticalité.

Connaissances graphiques

Le codage de l'angle droit est institutionnalisé avec la présentation d'un dessin légendé (Figure 10). Il est utilisé ensuite dans l'exercice 8 (Annexe 4).

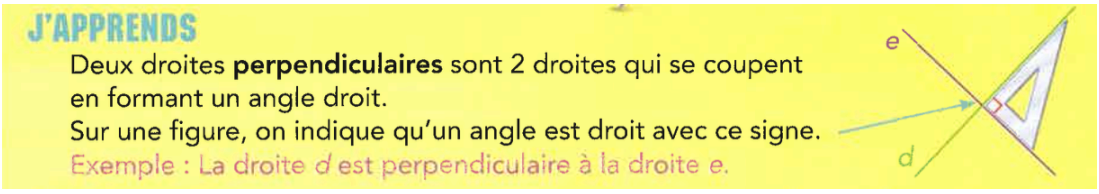


Figure 10. « J'apprends », extrait du livre-élève « Maths Explicites, CM1 », Hachette , p.127 (Annexe 4)

Le terme de *signe* est utilisé pour parler du codage de l'angle droit. Ce qu'indique la flèche est ambigu car on peut aussi penser que c'est le dessin de l'équerre qui est montré. Le terme de *coin* est également employé : « On marque un angle droit par un 'coin' » (Annexe 4, guide pédagogique, p. 181).

Connaissances techniques

Dans le travail sur la notion de perpendicularité, une fonction de l'équerre est donnée ainsi dans le manuel : « J'utilise l'équerre pour vérifier qu'un angle est droit » avec une description contextualisée de la technique de vérification (Annexe 4, « Apprenons ensemble », p. 126) :

> *Je positionne l'équerre pour superposer l'angle droit sur le coin où se croisent les rues de Kenza et de Gaëlle.*
> *Je superpose aussi un côté de l'équerre sur le bord de la rue.*
> *L'autre côté de l'équerre se superpose exactement sur le côté de l'autre rue.*
> *La rue de Kenza est perpendiculaire à celle de Gaëlle.*

Ce qui est appelé « angle droit » pour l'équerre doit être interprété comme le « sommet de l'angle droit ». À la charge de l'enseignant, ou sinon des élèves, d'associer la description d'objets de l'environnement quotidien à la représentation d'objets géométriques pour extraire ensuite les schèmes d'utilisation de l'équerre dans sa fonction de vérification de la présence d'un angle droit. Les « bords de rues » sont représentés par des droites. « Le bord de la rue » suppose un choix particulier de bord parmi les deux possibles. Le « coin où se croisent les rues de Kenza et de Gaëlle » est le point d'intersection de deux lignes représentant chacun l'un des bords d'une rue. Le terme « côté » dans « le côté de l'autre rue » doit être compris comme synonyme de « bord ».

Les techniques de tracé de deux droites perpendiculaires et d'une droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point donné dans le cas où le point est sur la droite et dans celui où il n'y est pas sont explicitées dans le guide pédagogique (Annexe 4, sous-compétences 4 et 5, p. 181). L'enseignant est invité à faire une présentation des techniques de construction sur le tableau uni de la classe. Quelques imprécisions langagières apparaissent dans la verbalisation à associer à une démonstration de la réalisation des tracés au tableau par l'enseignant, outre la confusion « angle droit » - « sommet de l'angle droit » dont nous avons déjà parlé. L'équerre, avec un côté de l'angle droit sur la droite, doit « glisser

jusqu'au point » : on ne sait donc pas quelle partie de l'équerre doit s'arrêter sur le point ; on trace ensuite « la droite le long du côté de l'équerre » : le côté à considérer n'est pas précisé. Les élèves devront donc prélever ces informations lors de la démonstration au tableau de la manipulation de l'équerre par l'enseignant.

Dans le travail sur la notion de parallélisme, le discours sur l'utilisation du guide-âne pour vérifier/identifier des droites parallèles est prévu dans le guide pédagogique. Cette technique fait l'objet d'une trace écrite (Annexe 5 « J'ai compris »). La trace écrite annonce également l'utilisation du guide-âne pour tracer des parallèles mais sans expliciter la technique qui par ailleurs n'aura jamais à être utilisée (les seules droites parallèles à tracer le sont sur support quadrillé dans les exercices 9 et 10).

Connaissances pratiques

Des connaissances pratiques sont formulées dans la présentation de la technique de tracé de la perpendiculaire à une droite passant par un point lorsque le point n'est pas sur la droite. Les auteurs manifestent en effet la volonté de prendre en compte l'utilisation d'une équerre matérielle particulière qui aurait un côté de l'angle droit plus long que l'autre et envisagent le cas de figure où le point est éloigné de la droite à une distance supérieure à la longueur du petit côté (Figure 11) :

On place l'équerre sur la droite : le point étant d'un côté de la droite, il n'y a plus que 2 positions possibles et quelquefois, selon la distance du point à la droite, il n'y en a plus qu'une quand il faut utiliser le côté le plus long de l'équerre.

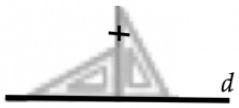


Figure 11. Extrait du guide pédagogique de « Maths Explicites, CM1 », Hachette, p.181 (Annexe 4)

Remarquons qu'en fait, si le grand côté de l'angle droit de l'équerre matérielle atteint le point extérieur à la droite lorsque le petit côté de l'angle droit est sur la droite, il n'y a pas qu'une position possible de l'équerre mais deux, sauf si l'on s'interdit de retourner l'équerre.

3 Manuel « Cap Maths, CM1 », Hatier 2016

3.1 Objets d'étude

Dans le manuel « Cap Maths, CM1 », tous les objets d'étude sont des objets graphiques.

Le concept de perpendicularité est introduit avec des **objets graphiques** *représentant* des objets géométriques, à savoir des angles. Il s'agit pour les élèves de partager une feuille en quatre angles égaux de même sommet en traçant quatre segments. Le travail se poursuit ensuite sur l'étude de la relation de perpendicularité entre des droites.

Le concept de parallélisme est introduit avec des **objets graphiques** *modélisant* des objets de l'espace sensible (des tronçons de rails de chemin de fer). Les élèves doivent « décider si les rails ont été posés correctement ou non » (Annexe 7, fiche 48). Selon le guide pédagogique, la situation d'introduction « prend appui sur l'évocation d'une voie de chemin de fer car cette image contient en elle-même des moyens de contrôle du parallélisme avec la présence des traverses qui sont là pour maintenir le même écartement entre les rails ». Cependant, même si les auteurs prennent des précautions en évoquant « un tronçon », une voie ferrée n'est pas toujours une ligne droite. De plus, dans l'évocation de la voie ferrée, il est sous-entendu qu'elle est vue de dessus, car si on regarde les rails selon notre propre point de vue, nous voyons les rails se toucher à l'horizon. Les représentations qu'ont les élèves de ces objets du quotidien peuvent donc être source d'obstacles pour la construction du concept de parallélisme. Remarquons toutefois que le passage aux objets géométriques est balisé pour l'enseignant et les élèves. En effet, dès la fin de la mise en commun, une décontextualisation est proposée par le guide pédagogique : « Maintenant nous allons oublier les voies ferrées et les rails et nous intéresser aux deux droites tracées dans chaque cas. » (Annexe 7, guide pédagogique, p. 191). Les **objets graphiques** deviennent alors *représentations* d'objets géométriques (des droites).

3.2 Connaissances géométriques

Relation de perpendicularité

La relation de perpendicularité est introduite grâce à une situation de recherche où une feuille est partagée en quatre angles égaux. La situation aboutit à la conclusion suivante : « Quatre angles droits de même sommet forment deux droites qu'on appelle des droites perpendiculaires. ». Un lien est fait ensuite, suite à une recherche de procédures de tracé avec les instruments de géométrie s'appuyant sur cette définition, vers la définition suivante : « Deux droites qui se coupent en formant un angle droit sont appelées des droites perpendiculaires. ». La relation de perpendicularité est donc mise en lien dans « CapMaths, CM1 » avec le concept d'angle. Une mise en lien avec le concept de symétrie axiale est sous-jacente à la résolution de l'énigme proposée en fin de séquence qui consiste à « faire apparaître, uniquement par pliage, un angle droit dans une feuille blanche sans bords droits » (Annexe 6, guide pédagogique, p. 95).

Relation de parallélisme

La relation de parallélisme est introduite grâce à une situation de recherche (la situation des rails) basée sur la signification liée à la notion de distance entre deux droites : dans les premiers cas, la perception de l'écart constant suffit et se fait en s'appuyant sur l'évocation des traverses ; dans le dernier cas, la perception se révèle insuffisante, et la résolution du problème passe par l'usage des instruments (règle et équerre) pour vérifier l'écartement des droites. Ce travail se fait en lien avec le concept de perpendicularité travaillé auparavant. L'institutionnalisation est cohérente avec la situation introductrice. Le guide pédagogique propose la mise en mots et en images de la définition et de la technique d'identification (Annexe 7). Par ailleurs, le lien avec les côtés opposés de rectangles (connaissances anciennes, travaillées en amont dans l'année) est explicitement fait. Les techniques de tracé, de vérification/reconnaissance sont explicitées et cohérentes avec les significations abordées. Les exercices sont en cohérence avec les significations et techniques proposées.

La Figure 12 propose une synthèse des différentes significations abordées.

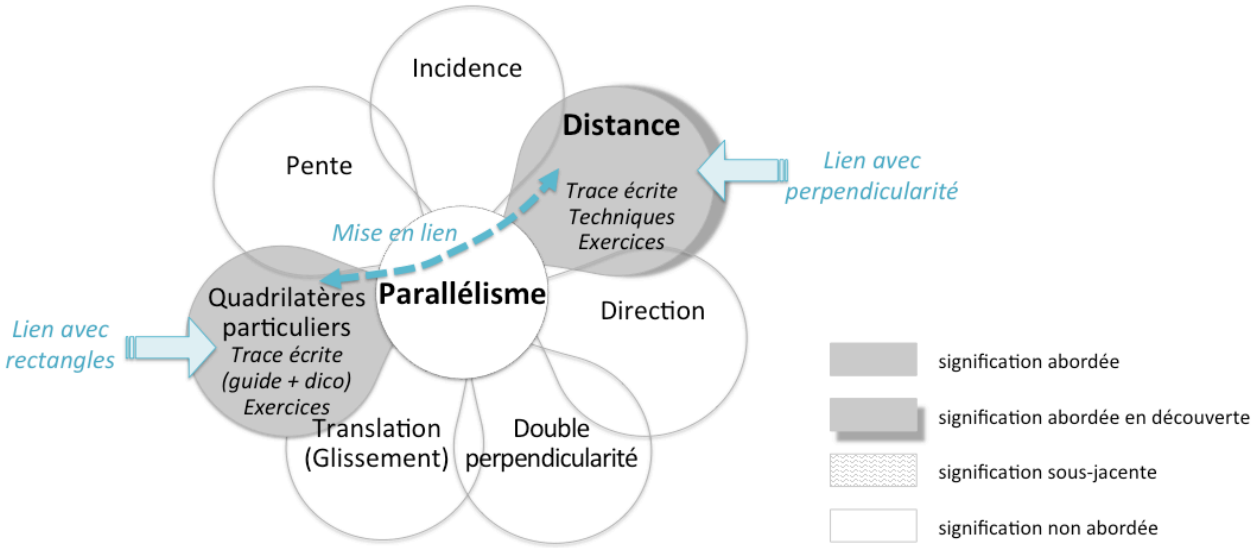


Figure 12. Les différentes significations de la notion de parallélisme abordées dans la séquence introductrice de « CapMaths, CM1 »

Vocabulaire et formulations langagières

Dans « CapMaths, CM1 », les formulations langagières employées à propos des relations de perpendicularité et de parallélisme sont données de façon rigoureuse, dans un langage géométrique. Les différentes expressions possibles des relations de perpendicularité et de parallélisme sont formulées dans le guide pédagogique, avec la difficulté pointée par les auteurs de considérer comme équivalentes

les trois expressions : « On dit que : les droites a et b sont perpendiculaires ou la droite a est perpendiculaire à la droite b ou la droite b est perpendiculaire à la droite a. » ; « On dit que : les droites a et b sont parallèles ou la droite a est parallèle à la droite b ou la droite b est parallèle à la droite a. »

3.3 Autres types de connaissances

Connaissances spatiales

À propos de la sélection et de l'interprétation d'informations spatiales concernant la relation de perpendicularité, les points d'attention suivants sont proposés en conclusion de l'exercice 1 dans lequel la reconnaissance de la relation de perpendicularité de six couples de droites isolées est proposée (Annexe 6, guide pédagogique, p. 95) :

- Se méfier d'une reconnaissance seulement visuelle ;
- Ne pas conclure à la perpendicularité de deux droites avec le seul fait qu'une est verticale ;
- Savoir que deux droites perpendiculaires peuvent être inclinées.

En outre, la conclusion de l'exercice 2 dans lequel l'étude de positions relatives de droites est à réaliser dans un réseau de sept droites met en avant le fait que « pour repérer des droites perpendiculaires, il faut occulter une partie de la figure pour centrer son attention sur deux droites de façon à en étudier les positions relatives » (Annexe 6, guide pédagogique, p. 95).

Enfin, l'accent est mis sur l'importance d'anticiper les tracés, ce qui peut être travaillé avec un tracé à main levée : « Avant de faire un tracé, il est important d'imaginer ce qu'on va obtenir, cela aide à placer correctement les instruments. Faire un tracé à main levée permet également de mieux voir ce qu'on va obtenir. » (Annexe 6, guide pédagogique, p. 94).

Connaissances graphiques

Concernant les représentations d'objets géométriques, il est précisé dans le guide pédagogique (Annexe 6) qu'« on peut prolonger le trait qui représente une droite autant que besoin » : cette connaissance est nécessaire dans le cas de l'étude de la position relative de deux droites perpendiculaires dont les représentations ne se coupent pas. Il est également rappelé, lors de l'explication de la technique de construction de la perpendiculaire à une droite passant par un point, que le *point* se situe au centre de la croix qui le représente.

Connaissances techniques

La technique de construction de la droite perpendiculaire à une droite donnée passant par un point dans les deux cas de figure (point appartenant à la droite, point n'appartenant pas à la droite) est présentée dans le « DicoMaths » (Annexe 6) sous forme d'une chronologie de trois vignettes, à chaque fois. Sur la première sont représentées une droite d et un point A ; sur la deuxième, le positionnement de l'équerre et un début de tracé avec le crayon dessiné ; sur la troisième, le positionnement de la règle et le tracé qu'elle permet. Les schèmes d'utilisation des instruments sont explicités de façon précise et rigoureuse dans le guide pédagogique (Annexe 6), avec l'expression de la mise en lien des parties de l'équerre et de la règle avec les tracés. De même concernant le parallélisme, les schèmes d'utilisation de la règle et de l'équerre pour mesurer l'écartement entre deux droites, ou pour tracer une droite parallèle à une autre droite sont mis en mots dans le guide pédagogique et explicités en image notamment dans le « DicoMaths » (Annexe 7).

Connaissances pratiques

Pour ce qui est de la perpendicularité (Annexe 6, guide pédagogique), différents conseils sont donnés pour aider à la visualisation d'une part et pour aider à l'obtention d'un tracé précis d'autre part. Ainsi, pour extraire visuellement deux droites d'une figure complexe, on peut masquer avec les mains une partie de la figure ou encore orienter le support pour ramener une des deux droites en position horizontale ou verticale. Et pour anticiper la position d'une droite perpendiculaire à une autre, on peut

tourner le support ou tourner la tête pour amener la droite tracée en position horizontale. Concernant les tracés à réaliser, on doit tenir compte de l'épaisseur de la mine, « la souplesse et la lenteur du geste en évitant toute crispation » est un élément déterminant de la réussite du tracé, qui s'acquiert à force de temps et d'entrainement.

Pour ce qui est du parallélisme (Annexe 7, guide pédagogique), des conseils sont donnés pour favoriser un travail de précision dans le tracé de deux droites d'écart constant : « Éviter d'utiliser des points trop proches (au risque de ne pas être capable de comparer précisément l'écart mesuré) » ou encore « les deux perpendiculaires doivent être suffisamment espacées l'une de l'autre ».

IV - ANALYSE DE MANUELS, POINT DE VUE GLOBAL

D'un point de vue plus global, nous intéressons tout d'abord à l'enseignement des notions de perpendicularité et parallélisme. La Figure 13 illustre ce travail.

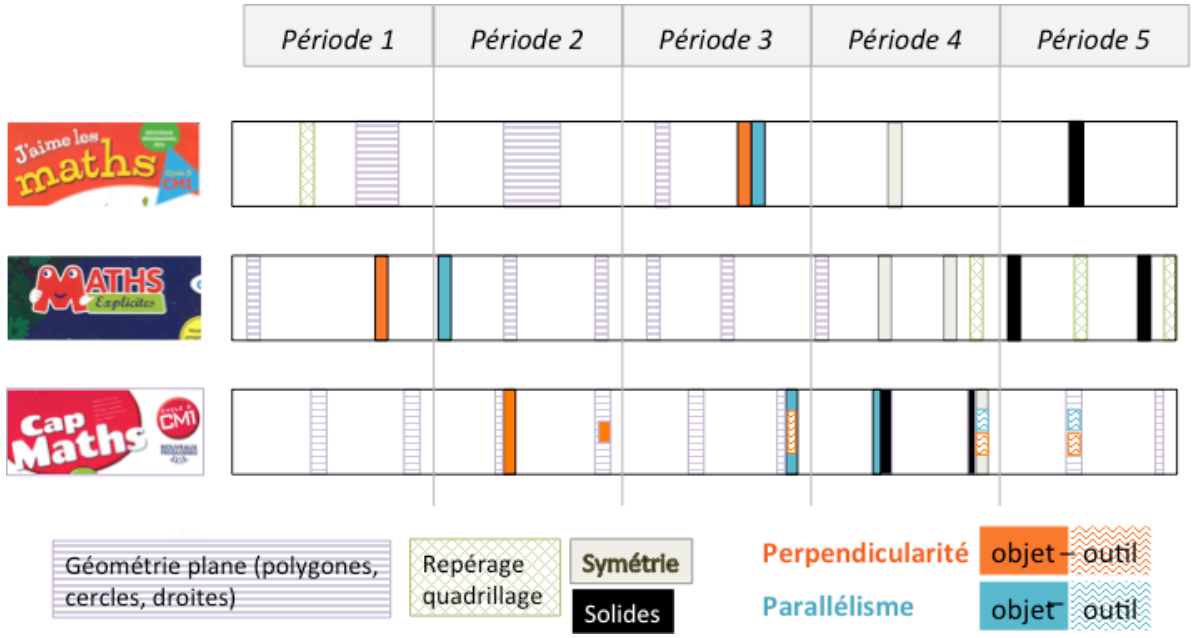


Figure 13. Point de vue plus global sur les trois manuels

Dans les trois manuels, l'enseignement de la notion de perpendicularité précède toujours celui de la notion de parallélisme, cependant nous constatons de grandes disparités entre ces trois manuels.

Tout d'abord, en portant notre attention sur la place de l'enseignement de ces notions dans l'année, les séances ne sont pas réparties de la même manière :

- le moment de l'année retenu pour cet enseignement peut être fin de période 1 - début de période 2 (« Maths Explicites, CM1 »), la période 3 (« J'aime les maths, CM1 ») ou encore être étalé de la période 2 jusqu'en période 5 (« CapMaths, CM1 ») ;

- les séances peuvent être consécutives (« J'aime les maths, CM1 ») ou assez rapprochées (« Maths Explicites, CM1 »), ce qui risque de renforcer la confusion entre ces deux notions ; seul « CapMaths, CM1 » fait le choix de les dissocier de manière significative (perpendicularité introduite en milieu de période 2, parallélisme en fin de période 3).

Tous les manuels consacrent deux séances à l'introduction de ces notions, mais seul « CapMaths, CM1 » revient sur ces notions dans d'autres séances. C'est d'abord le seul qui propose une séance avec un logiciel de géométrie dynamique. C'est également le seul qui met en évidence l'aspect outil des notions enseignées (les autres manuels ne réinvestissent ni la notion de perpendicularité, ni celle de parallélisme) et qui articule ces deux notions entre elles.

En élargissant l'analyse aux thématiques de géométrie abordées, nous prenons un point de vue encore plus général sur le manuel. Nous constatons que « J'aime les maths, CM1 » aborde les notions de perpendicularité et parallélisme à la fin de sa progression sur les figures planes (seul le travail sur la symétrie est abordé après), ce qui limite fortement les possibilités de réinvestissement. Ce n'est pas le cas de « Maths Explicites, CM1 » qui propose le travail sur perpendicularité et parallélisme en début de sa progression en géométrie ; cependant ces notions ne sont pas réinvesties, même dans le travail sur les quadrilatères particuliers. Enfin, la progression de « CapMaths, CM1 » ancre l'ancien dans le nouveau : par exemple le travail préalable sur les quadrilatères particuliers vient éclairer un nouveau sens de la relation de parallélisme ; le travail sur les deux notions est réinvesti dans les séances ultérieures sur les figures planes ainsi que sur la symétrie axiale.

V - CONCLUSION-SYNTHESE

L'analyse globale a ainsi montré une homogénéité de la chronologie qui cache des différences importantes.

Au niveau global tout d'abord, un seul manuel (« CapMaths, CM1 ») s'appuie sur la notion de perpendicularité, abordée très en amont et renforcée, pour travailler la notion de parallélisme ; « J'aime les maths, CM1 » et « Maths Explicites, CM1 » envisagent l'introduction (quasi-)simultanée de ces notions au risque de voir apparaître une confusion entre les deux. Par ailleurs, seul « CapMaths, CM1 » joue sur la dialectique outil/objet (Douady, 1986), alors que les deux autres manuels ne réinvestissent jamais dans des séances ultérieures à celles sur la perpendicularité et le parallélisme les savoirs acquis. Ainsi « CapMaths, CM1 » aborde-t-il chacune de ces deux notions dans plus que les deux séances proposées par « J'aime les maths, CM1 » ou « Maths Explicites, CM1 ».

Au niveau local, on constate une grande diversité des choix dans les significations abordées et dans leur explicitation. Différentes significations du parallélisme sont abordées dans les trois manuels (voir Figures 7, 10 et 13) : deux dans « CapMaths, CM1, trois dans « J'aime les maths, CM1 » et cinq dans « Maths Explicites, CM1 ». Dans « J'aime les maths, CM1 » et « Maths Explicites, les différentes significations ne sont souvent pas mises en lien et certaines restent utilisées en acte (non explicitées). Seul « Cap Maths, CM1 » accompagne l'enseignant dans le passage d'un sens à l'autre.

Selon le rapport sur l'enseignement des mathématiques au primaire, « le vécu expérimental et manipulatoire des élèves favorise l'acquisition des connaissances et leur mémorisation. Le matériel didactique et pédagogique sur lequel reposent ces expérimentations occupe donc une place centrale » (Villani & Torossian, 2018, p. 57). Concernant les objets choisis pour l'étude des concepts, nous constatons que deux manuels sur les trois (« J'aime les maths, CM1 » et « Maths Explicites, CM1 ») s'appuient sur des objets culturels porteurs de relations spatiales et des objets issus du quotidien, sans jamais baliser le passage au géométrique, laissé à la charge de l'enseignant (et probablement aussi des élèves). Un seul manuel explicite et balise ce passage (« CapMaths, CM1 »). Le tableau (Figure 14) ci-dessous synthétise les analyses réalisées (parties III.1.1, III.2.1 et III.3.1).

	« J'aime les maths, CM1 », Belin, 2016	**« Maths explicites, CM1 », Hachette (2016)**	**« CapMaths, CM1 », Hatier (2016)**
Objets culturels porteurs de relations spatiales	Tableau de Mondrian, rues sur le plan d'une ville *(exercices)*.	**Rues sur le plan d'une ville** (*exemple introductif*), lignes d'un tableau de Vasarely *(exercice)*.	
Objets quotidiens	**Pailles** (*activité de découverte*), panneau de signalisation routière, lettres majuscules, drapeau de la Grèce (*exercices*).	**Plots** (*exemple introductif*).	

Objets graphiques	Droites et points sur supports uni et quadrillé. Côtés de polygones; segments sur support quadrillé.	Droites, points, côtés et polygones sur supports unis, quadrillés et pointés.	**Droites**, **angles** (*situations de découverte, exercices*), points, côtés et quadrilatères particuliers sur support uni (*exercices*).

Figure 14. Objets choisis pour l'étude des concepts dans les trois manuels

Par ailleurs, nous faisons le constat que les « situations introductrices » (ou « de découverte ») s'appuient sur des images mentales mais pas toujours à bon escient. Enfin, seul un manuel (« CapMaths, CM1 ») propose une modélisation (et non pas un dessin).

Nous constatons une grande diversité dans les instruments utilisés dans les trois manuels scolaires analysés : deux manuels (« Maths explicites, CM1 » et « CapMaths, CM1 » un peu plus tard dans l'année) proposent l'utilisation du guide-âne ; deux manuels (« CapMaths, CM1 » et « J'aime les maths, CM1 ») utilisent la règle et l'équerre en lien avec écart constant. Cependant, il n'y a pas toujours congruence entre l'usage des instruments proposés et la signification de la notion à laquelle cet usage réfère : c'est le cas de « J'aime les maths, CM1 » et « Maths explicites, CM1 » (parties III.1.2 et III.2.2).

Plus inquiétant encore, nos analyses nous poussent à conclure que la qualité mathématique n'est pas toujours au rendez-vous :

- dans « J'aime les maths, CM1 » et « Maths explicites, CM1 », certaines formulations langagières ne prennent pas en compte la symétrie des relations alors que « CapMaths, CM1 » propose toutes les formulations et rend même explicite leur équivalence ;

- si « CapMaths, CM1 » prend effectivement en compte l'unicité de la droite passant par un point donné et perpendiculaire/parallèle à une droite donnée, ce n'est pas le cas de « J'aime les maths, CM1 » (« Maths explicites, CM1 » n'aborde pas ce type de problème) ;

- les manuels « J'aime les maths, CM1 » et « Maths explicites, CM1 » font des confusions entre différents objets géométriques ou entre objet géométrique et objet graphique.

Nous notons enfin que la conformité aux Instructions Officielles n'est pas toujours respectée : c'est le cas de « J'aime les maths, CM1 » (partie III.1.3).

Comme le souligne le récent rapport sur l'enseignement des mathématiques, « il est important de (…) porter une attention particulière sur les caractéristiques pédagogiques et didactiques des matériels utilisés dans la classe et sur l'effet induit sur les apprentissages des élèves » (Villani & Torossian, 2018, p. 58). La présente étude, en apportant des éléments permettant l'analyse, est un pas dans cette direction.

VI - BIBLIOGRAPHIE

Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 7(2)*, 5-31.

Dussuc, M-P., Gerdil-Margueron, G. Mante, M. (2006). Parallélisme au cycle 3. *Actes du 32ème colloque COPIRELEM Strasbourg 30-31 mai-01 juin 2005*. Irem de Strasbourg. 1-15.

Duval, A. (2005). Les conditions cognitives de l'apprentissage de la géométrie : développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leurs fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives, 10*, 5-53.

ERMEL (2006). Apprentissages géométriques et résolution de problèmes. Paris : Éditions Hatier.

IGEN (1998). Le manuel scolaire. Paris : La Documentation française.

MEN (2015). Bulletin Officiel de l'Éducation Nationale, Numéro Spécial 11 du 26 novembre 2015.

Mounier, E. et Priolet, M. (2015). *Les manuels scolaires de mathématiques à l'école primaire – De l'analyse descriptive de l'offre éditoriale à son utilisation en classe élémentaire*. Rapport présenté lors de la conférence de consensus. Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire. Paris : CNESCO, Lyon : IFÉ-ENS.

Perrin-Glorian, M-J. et Godin, M. (2014). De la reproduction de figures géométriques avec des instruments matériels à leur caractérisation par des énoncés. *Math-Ecole*, *222*, 28-38.

Petitfour, E. (2017). Enseignement de la géométrie en fin de cycle 3. Proposition d'un dispositif de travail en dyade. *Petit x*, 103, 5-31.

Rabardel, P. (1995). *Les hommes et les technologies. Approche cognitive des instruments contemporains*. Paris : Armand Colin.

Reymonet, C. (2004). Un cadre expérimental pour l'étude de la géométrie au cycle 3 : le cas du parallélisme. *Grand N*, 73, 33-48.

Villani, C. et Torossian, C. (2018). Rapport : 21 mesures pour l'enseignement des mathématiques. http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fevrier/19/0/Rapport_Villani_Torossian_21_mesures_pour_enseignement_des_mathematiques_896190.pdf

VII - ANNEXES

Annexe 1 : Consigne et grille d'analyse de la phase 2

Relever les connaissances exposées dans le manuel et le Guide de l'enseignant à l'aide du cadre d'analyse.

Relever les manques ou erreurs le cas échéant.

Analyser l'articulation entre la « situation introductrice », l'institutionnalisation et les exercices proposés.

Remplir la grille

Connaissances explicitées	Commentaires
Connaissances géométriques	
• *Objets géométriques en jeu* • *Relations de perpendicularité / parallélisme* - *Significations abordées* - *Formulations utilisées* • *Propriétés géométriques*	
Connaissances graphiques	
• *Représentation par le tracé* • *Codage, notation, symbole*	
Connaissances spatiales	
• *Sélection et interprétation d'informations spatiales* • *Anticipation de transformations, déplacements* • *Extraction, décomposition, recomposition de figures*	
Connaissances techniques	
Instrument(s) – Fonction – Schèmes d'utilisation	
Connaissances pratiques	
• *Manipulation sur le plan matériel et corporel* • *Organisation*	

Annexe 2 : Collection « J'aime les maths » - Perpendicularité

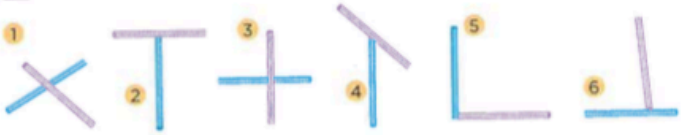
Extrait du manuel « J'aime les maths, CM1 », Belin, 2016, pp. 144-145

Identifier, vérifier et tracer des droites perpendiculaires

Cherchons ensemble

Activité s'appuyant sur la situation de **manipulation** décrite dans le guide

1 Voici les pailles que le groupe de Lisa a reçues.



- **Écris** les pailles qui se coupent en formant un angle droit.
- **Recopie** le tableau et **classe** les pailles.

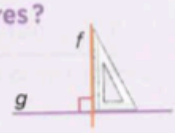
Perpendiculaires	Non perpendiculaires
...	...

Retenons ensemble

Mots à retenir
angle droit • perpendiculaires • équerre

Comment reconnaitre, vérifier et tracer des droites perpendiculaires ?

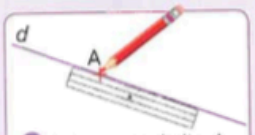
- Deux **droites qui se coupent en formant un angle droit** sont **perpendiculaires**.



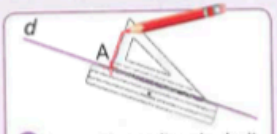
Les droites *f* et *g* sont perpendiculaires.
On écrit $f \perp g$.

Le signe ⊥ se lit « est perpendiculaire à ».

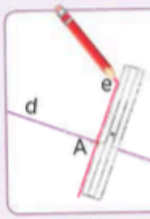
- Pour **vérifier ou tracer deux droites perpendiculaires**, j'utilise l'**équerre** :



1 Je trace une droite *d*. Je place un point A sur la droite.



2 Je positionne l'angle droit de l'équerre sur la droite *d* et je trace l'angle droit.



$d \perp e$
Les deux droites sont perpendiculaires en A.

3 Je prolonge pour obtenir la droite *e*.

Je sais faire

2 **Observe** les droites. **Recopie et complète** le tableau.

Perpendiculaires	Non perpendiculaires
...	...

3 **Recopie et complète les phrases.**

a. L' ... peut servir à ... ou à tracer des angles droits.

b. Deux droites se coupant à angle droit sont ... .

4 **Écris VRAI ou FAUX.**

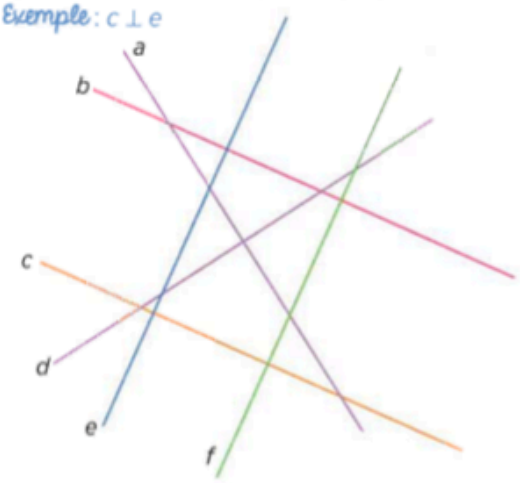
a. Dans le cas de deux droites perpendiculaires, il y a parallélisme.

b. Si deux droites sont perpendiculaires, on peut utiliser le symbole //.

Je m'entraine

5 **Nomme les droites qui sont perpendiculaires.**

Exemple : c ⊥ e



6 **Recopie et complète avec le mot qui convient :**

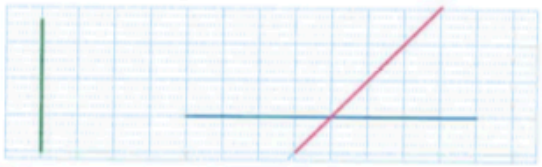
perpendiculaire | perpendicularité

a. Lorsque deux droites se coupent à angle droit c'est une situation de ... .

b. Le signe ⊥ indique qu'une droite est ... à une autre.

7 **Repère les angles droits dans la partie blanche du panneau de signalisation routière.** Combien y a-t-il de côtés perpendiculaires ?

8 **Reproduis la figure.**



a. **Trace** une perpendiculaire à la droite bleue.

b. **Trace** une perpendiculaire à la droite verte.

c. **Trace** une perpendiculaire à la droite rouge.

9 **Construis les figures sur une feuille blanche.**

a. Deux droites perpendiculaires en un point O.

b. Deux droites *a* et *b* perpendiculaires. Une troisième droite *c*, perpendiculaire à la droite *b*.

10 **Suis le programme de construction.**

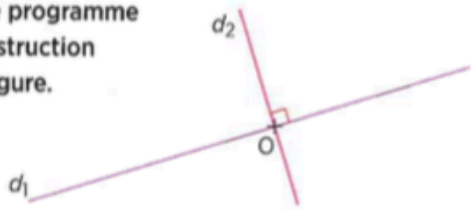
Programme de construction

1 **Trace** une droite d_1.

2 **Place** un point B sur la droite d_1.

3 **Trace** une droite d_2 perpendiculaire à la droite d_1 et passant par le point B.

11 **Écris le programme de construction de la figure.**



Je fais des maths autrement

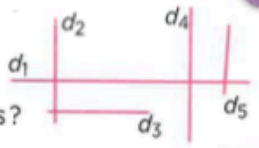
12 Les Maths ça sert en Histoire des arts

Piet Mondrian (1872-1944) est un peintre hollandais considéré comme un des pionniers de l'art abstrait. Dans sa *Composition C*, réalisée en 1935, il utilise des lignes droites.

Observe le tableau de Mondrian. **Combien** compte-t-il de droites perpendiculaires ?

13 Le couple-mystère

Quel est le couple de droites non perpendiculaires ?



14 Je travaille en groupe

Les majuscules géométriques

- **Reproduisez** ce mot sur une feuille à carreaux.
- **Combien** contient-il de segments perpendiculaires ?

P E R P E N D I C U L A I R E

→ Comparez votre résultat avec le groupe voisin.

Espace et géométrie

OBJECTIFS
- Apprendre à reconnaître des droites perpendiculaires.
- Apprendre à vérifier la perpendicularité de droites.
- Apprendre à utiliser l'équerre.
- Apprendre à tracer des droites perpendiculaires.

Identifier, vérifier et tracer des droites perpendiculaires

← Manuel p. 144-145

Activité de découverte

Trier des couples de pailles représentant des droites.

Matériel par binôme 6 étiquettes pailles (*cf.* Matériel photocopiable en Annexe), 1 ardoise, 1 équerre, 1 règle graduée

• Mise en situation

Mettre les élèves par deux. Chaque binôme reçoit une enveloppe contenant 6 étiquettes pailles.

Consigne élève : Procéder dans l'ordre :
« 1 : Videz le contenu de votre enveloppe. À l'aide de l'équerre, vérifiez s'il y a des angles droits ou pas. Marquez-les.
2 : Notez sur l'ardoise les pailles qui se coupent à angle droit.
3 : Recopiez le tableau et rangez les étiquettes. »

Mise en commun : Mettre en évidence les différents tris effectués par les élèves en les faisant coller au tableau.
– Faire reformuler les stratégies en utilisant la bonne terminologie : perpendiculaire, non perpendiculaire. Faire justifier en procédant aux vérifications avec l'équerre.
– Hiérarchiser les procédures. Isoler la plus efficace : on positionne bien l'angle droit de l'équerre sur le point d'intersection des deux pailles pour vérifier la perpendicularité.

Conclusion de l'activité :
Expliciter : *« Si les pailles se coupent à angle droit, elles sont perpendiculaires ».*

Conclure : *« Il faut utiliser l'angle droit de l'équerre pour savoir si des droites sont perpendiculaires ou non. »*

• Accompagnement personnalisé

Difficultés rencontrées par l'élève	Aide proposée
• L'élève ne parvient pas à entrer dans l'activité.	• Faire verbaliser la position des pailles.
• L'élève ne parvient pas à trier.	• Donner des indices relatifs au point d'intersection des pailles. Comment se coupent-elles ? Se coupent-elles toujours de la même façon ?
• L'élève ne parvient pas à vérifier.	• Faire manipuler l'équerre, montrer l'angle droit et vérifier un coin de table. • Demander de positionner l'angle droit au niveau du point d'intersection des deux premières pailles. Faire verbaliser les actions et les remarques.

NB : Il est possible d'utiliser de vraies pailles pour reproduire les configurations proposées.

Réinvestissement dans le manuel 1

Travail sur le manuel ← p. 144-145

Cherchons ensemble

Exercice 1 : Réinvestir l'activité de découverte ci-dessus.

DIFFÉRENCIATION

Voir accompagnement personnalisé ci-dessus.

Retenons ensemble

– Faire procéder à une lecture individuelle silencieuse de l'écrit de référence.
– Procéder à une lecture magistrale.
– Insister sur les mots à retenir : **angle droit, perpendiculaires, équerre.**
– Insister sur l'explicitation des notions d'angle droit et de perpendicularité.
– Vérifier la compréhension en demandant « Qui n'a pas compris ? » puis demander aux élèves une reformulation.
– Procéder à une démonstration au tableau de chaque étape du tracé des droites perpendiculaires.

Je sais faire

Exercice 2 : Vérifier puis trier des couples de droites.

DIFFÉRENCIATION

– Simplification : Relire l'écrit de référence avec l'élève. Faire verbaliser l'utilisation de l'équerre.

Exercice 3 : Mobiliser le lexique géométrique relatif à la perpendicularité pour compléter des phrases.

DIFFÉRENCIATION

– Simplification : Relire l'écrit de référence.
– Complexification : Faire écrire deux phrases à trous sur le même modèle qui seront proposées à la classe lors de la correction.

Exercice 4 : Valider ou invalider des propositions relatives à la perpendicularité.

DIFFÉRENCIATION

– Simplification : Relire l'écrit de référence.
– Complexification : Faire écrire deux propositions sur le même modèle qui seront soumises à la classe.

Je m'entraine

Exercice 5 : Identifier des droites perpendiculaires dans un réseau de droites.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre. Faire marquer chaque angle droit en rouge.
- Complexification : Faire décalquer le réseau de droites et faire tracer une perpendiculaire à la droite *r* et une perpendiculaire à la droite *c*.

Exercice 6 : Mobiliser un vocabulaire géométrique précis.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence.
- Complexification : Faire écrire une phrase à trous sur le même modèle qui sera proposée à la classe lors de la correction

Exercice 7 : Repérer les côtés perpendiculaires dans un polygone octogonal.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre.
- Complexification : Faire chercher et dessiner un autre panneau avec des perpendiculaires.

Exercices 8 et 9 : Construire des droites perpendiculaires à des droites données ou non.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre.
- Complexification : 9 Faire tracer 4 droites perpendiculaires à une même droite.

Exercice 10 : Construire des droites perpendiculaires passant par un point donné à partir d'un programme de construction.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser chaque étape du programme de construction.
- Complexification : Faire tracer deux autres droites perpendiculaires à d_1 et d_2.

Exercice 11 : Écrire le programme de construction correspondant à une figure donnée.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Faire verbaliser (et tracer si nécessaire) chaque élément observé. Utiliser la deuxième personne du singulier de l'impératif (voir exercice 10).
- Complexification : Faire tracer une figure et faire écrire son programme de construction.

Je fais des maths autrement

Exercice 12 : Reconnaitre et vérifier la perpendicularité de droites dans un tableau de maitre. Enrichir ses connaissances en histoire des arts.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre.
- Complexification : Reproduire le tableau de Mondrian.

Réponse : Le tableau de Mondrian compte 3 droites perpendiculaires (on ne compte pas les segments).

Exercice 13 : Résoudre un problème géométrique impliquant des couples de droites.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre. Faire marquer chaque angle droit en rouge.
- Complexification : Faire décalquer le réseau de droites en ne mettant que des droites perpendiculaires.

Exercice 14 : Résoudre un problème impliquant des lettres géométriques.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Faire la première lettre avec l'élève. Faire verbaliser : est-ce un angle droit ou pas ?
- Complexification : Faire l'exercice en changeant le mot.

Réponse : Si on raisonne en segment qui en coupe un autre à angle droit, le nombre de segments perpendiculaires pour chaque lettre est : P (4) ; E (3) ; R (4) ; N (0) ; D (2) ; I (3) ; C (5) ; U (3) ; L (2) ; A (0). En tout, il y en a donc 43.

Annexe 3 : Collection « J'aime les maths » - Parallélisme

Extrait du manuel « J'aime les maths, CM1 », Belin, 2016, pp. 146-147

Identifier des droites parallèles

Cherchons ensemble

Activité s'appuyant sur la situation de manipulation décrite dans le guide

1 Voici les pailles que le groupe de Hugo a reçues.

- **Mesure** l'écartement entre les pailles.
- **Recopie** le tableau et **complète-le** avec oui ou non.

	Écartement inchangé	Parallèles	Pas parallèles
Pailles 1	...	...	...

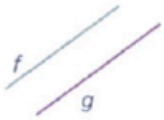
Retenons ensemble

Mots à retenir

parallèles • **écartement**

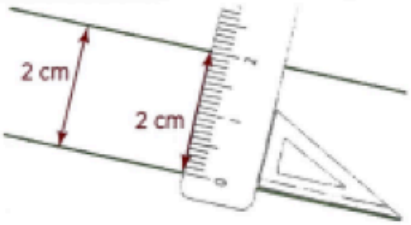
Comment reconnaitre des droites parallèles ?

- Deux droites qui **ne se coupent jamais**, même si on les prolonge, sont **parallèles**. L'**écartement** entre les deux droites est toujours le même.



Les droites *f* et *g* sont parallèles.
On écrit *f* // *g*.

- Pour **vérifier que deux droites sont parallèles**, j'utilise l'équerre et la règle graduée.



Je place la règle et l'équerre perpendiculairement à l'une des droites. Je vérifie que l'écartement est toujours le même.

Je sais faire

2 **Observe les droites. Recopie et complète le tableau.**

Non parallèles	Parallèles
...	...

3 **Recopie et complète les phrases.**

a. Deux droites qui ne se coupent jamais sont ... .

b. L' ... entre deux droites parallèles est toujours le même.

4 **Écris VRAI ou FAUX.**

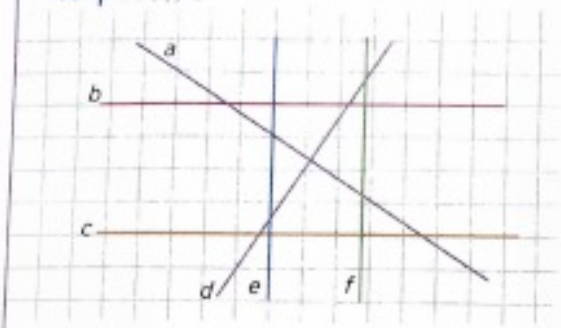
a. Deux droites parallèles sont toujours de la même longueur.

b. Si deux droites sont parallèles, on peut utiliser le symbole ⊥.

Je m'entraine

5 **Note** les droites parallèles.

Exemple : c // b



6 **Recopie et complète** avec le mot qui convient :

distance | parallélisme

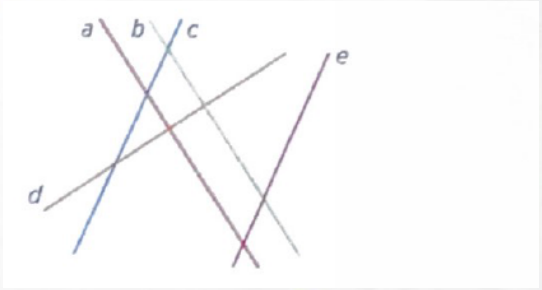
a. Lorsque deux droites ne se coupent jamais, c'est une situation de … .

b. L'écartement entre deux droites parallèles, c'est aussi la … qui les sépare.

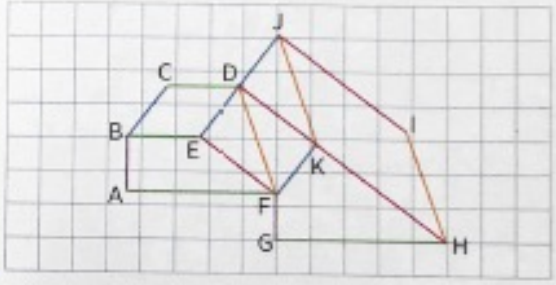
7 Le drapeau de la Grèce est composé de neuf bandes horizontales bleues et blanches. Ces bandes sont-elles parallèles ?

Justifie ta réponse.

8 **Note** les droites parallèles.

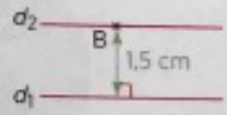


9 **Observe** cet assemblage de figures.
Écris la liste des côtés parallèles entre eux.



10 **Suis** le programme de construction.

1 **Trace** une droite d_1.
2 **Place** un point B à 1,5 cm de la droite d_1.
3 **Trace** une droite d_2, parallèle à la droite d_1 passant par le point B.



Quel est l'écartement entre les deux droites ?

Je fais des maths autrement

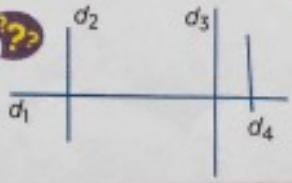
11 Les Maths ça sert en Géographie

Voici le plan du quartier où habite Sami.

Écris le nom de(s) rue(s) parallèle(s) à la rue de la Briqueterie.

12 Le couple-mystère

Quel est le couple de droites parallèles ?



13 Je travaille en groupe

Les majuscules géométriques

- **Reproduisez** ce mot sur une feuille à carreaux.
- **Combien** contient-il de segments parallèles ?

P A R A L L E L E

→ Comparez votre résultat avec le groupe voisin.

Espace et géométrie

OBJECTIFS
- Apprendre à reconnaître des droites parallèles.
- Apprendre à vérifier le parallélisme de droites.
- Apprendre à utiliser l'équerre et la règle graduée.

Identifier des droites parallèles

– Manuel p. 146-147

Activité de découverte

Trier des couples de pailles représentant des droites.

Matériel par binôme 5 étiquettes pailles (cf. Matériel photocopiable en Annexe), 1 ardoise, 1 équerre, 1 règle graduée

• Mise en situation

Mettre les élèves par deux. Chaque binôme reçoit une enveloppe contenant 5 étiquettes pailles.

Consigne élève : Procéder dans l'ordre :
« 1 : Videz le contenu de votre enveloppe. À l'aide de l'équerre et de la règle, mesurez l'écartement entre chaque paille.
2 : Notez sur l'ardoise les pailles qui ont un écartement constant.
3 : Recopiez le tableau et rangez les étiquettes. »

Mise en commun : Mettre en évidence les différentes propositions des élèves en les faisant coller au tableau. – Faire reformuler les stratégies en utilisant la bonne terminologie : parallèle, écartement constant.
– Faire justifier en procédant aux vérifications avec l'équerre et la règle graduée. – Hiérarchiser les procédures. Isoler la plus efficace : on positionne l'équerre perpendiculairement à une première paille, on colle la règle graduée à l'équerre et on mesure l'écartement en faisant glisser les deux règles. On constate ou non, à l'aide de l'équerre et de la règle graduée que l'écartement entre les pailles a la même mesure en tous points.

Conclusion de l'activité :
Expliciter : *« Si l'écartement entre les pailles est toujours le même, elles ne peuvent se couper. On dit qu'elles sont parallèles. »*
Conclure : *« il faut utiliser l'équerre et la règle graduée pour savoir si des droites sont parallèles ou non. »*

• Accompagnement personnalisé

Difficultés rencontrées par l'élève	Aide proposée
• L'élève ne parvient pas à entrer dans l'activité.	• Faire verbaliser la position des pailles. Vont-elles se couper si on les prolonge ?
• L'élève ne parvient pas à vérifier le parallélisme des pailles.	• Faire manipuler l'équerre, la placer perpendiculairement. Coller la règle graduée et mesurer l'écartement qui doit être constant.

NB : Il est possible d'utiliser de vraies pailles pour reproduire les configurations proposées.

Réinvestissement dans le manuel 1

Travail sur le manuel – p. 146-147

Cherchons ensemble

Exercice 1 : Réinvestir l'activité de découverte ci-dessus.

DIFFÉRENCIATION

Voir accompagnement personnalisé ci-dessus.

Retenons ensemble

– Faire procéder à une lecture individuelle silencieuse de l'écrit de référence.
– Procéder à une lecture magistrale.
– Insister sur les mots à retenir : **parallèles, écartement.**
– Insister sur l'explicitation de la notion de prolongement.
– Vérifier la compréhension en demandant « Qui n'a pas compris ? » puis demander aux élèves une reformulation.
– Procéder à une démonstration au tableau de chaque étape du positionnement de deux mètres de tableau parallèles.

Je sais faire

Exercice 2 : Vérifier puis trier des couples de droites.

DIFFÉRENCIATION

– Simplification : Relire l'écrit de référence avec l'élève. Faire verbaliser l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée.

Exercice 3 : Mobiliser le lexique géométrique relatif au parallélisme pour compléter des phrases.

DIFFÉRENCIATION

– Simplification : Relire l'écrit de référence.
– Complexification : Faire écrire deux phrases à trous sur le même modèle qui seront proposées à la classe lors de la correction.

Espace et géométrie

Exercice 4 : Valider ou invalider des propositions relatives au parallélisme.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence.
- Complexification : Faire écrire deux autres propositions.

Je m'entraine

Exercice 5 : Identifier des droites parallèles dans un réseau de droites sur quadrillage, en utilisant le symbole //.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée. Compter les carreaux.
- Complexification : Faire décalquer le réseau de droites et faire tracer une parallèle à f et une parallèle à c.

Exercice 6 : Mobiliser un vocabulaire géométrique précis.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence.
- Complexification : Faire écrire une phrase à trous sur le même modèle qui sera proposée à la classe lors de la correction.

Exercice 7 : Repérer et vérifier les éléments parallèles dans le drapeau d'un pays européen.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée.
- Complexification : Faire chercher et dessiner un autre drapeau avec des parallèles.

Exercice 8 : Identifier des droites parallèles dans un réseau de droites en utilisant le symbole //.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée.
- Complexification : Faire décalquer le réseau de droites et faire tracer une perpendiculaire à d. Que remarque-t-on ?

Exercice 9 : Identifier des côtés parallèles dans un assemblage de polygones, à l'aide du quadrillage et en utilisant le symbole //.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée. Compter les carreaux.
- Complexification : Faire rechercher les côtés perpendiculaires entre eux.

Exercice 10 : Construire une droite parallèle à une autre passant par un point donné à partir d'un programme de construction.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser chaque étape du programme de construction.
- Complexification : Faire tracer une autre droite parallèle à d_1 et d_2.

Je fais des maths autrement

Exercice 11 : Reconnaitre et vérifier le parallélisme de droites sur un plan de quartier. Faire le lien entre les réseaux de droites et les plans, en géographie.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée. Montrer que la rue Augustin Tellier est perpendiculaire à la rue de Briqueterie et à la rue Favreuil.
- Complexification : Noter toutes les rues parallèles entre elles.

Réponse : La rue Favreuil.

Exercice 12 : Résoudre un problème géométrique impliquant un réseau de droites.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Relire l'écrit de référence et faire verbaliser l'utilisation de l'équerre et de la règle graduée.
- Complexification : Faire décalquer le réseau de droites et faire tracer une parallèle à d_1.

Exercice 13 : Résoudre un problème impliquant des lettres géométriques.

DIFFÉRENCIATION

- Simplification : Faire la première lettre avec l'élève. Faire verbaliser quels sont les segments parallèles ou pas.
- Complexification : Faire l'exercice en changeant le mot.

Réponse : Le nombre de segments parallèles pour chaque lettre est : P (4) ; A (2) ; R (4) ; L (0) ; E (3). En tout, il y a 18 segments parallèles.

Annexe 4 : Collection « Maths explicites » - Perpendicularité

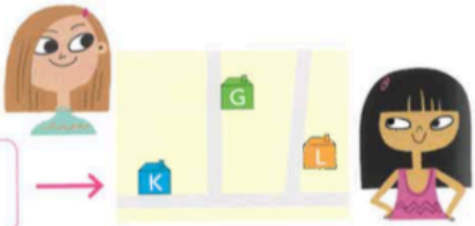
Extrait du manuel « Maths explicites, CM1 », Hachette, 2016, pp. 126-127

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

49 Reconnaître et tracer des droites perpendiculaires

APPRENONS ENSEMBLE

A Kenza habite dans la maison bleue et son amie Gaëlle dans la maison verte.
Observe le plan. La rue de Kenza est-elle perpendiculaire à celle de son amie ?



*Des **droites perpendiculaires** sont des droites qui se coupent en formant **un angle droit**.*
*J'utilise **l'équerre** pour vérifier qu'un angle est droit.*

Je positionne l'équerre pour superposer l'angle droit sur le coin où se croisent les rues de Kenza et de Gaëlle.
Je superpose aussi un côté de l'équerre sur le bord de la rue.

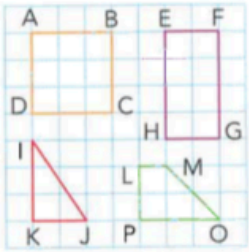
L'autre côté de l'équerre se superpose exactement sur le côté de l'autre rue.

La rue de Kenza est perpendiculaire à celle de Gaëlle.

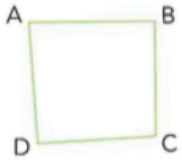
B Louise habite la maison orange. Sa rue est-elle perpendiculaire à celle de Kenza ?

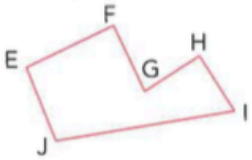
ENTRAÎNONS-NOUS

1 **Nomme** les côtés perpendiculaires de chaque figure.
AB et BC sont perpendiculaires.

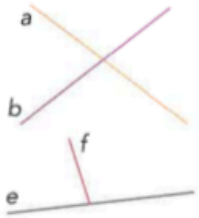


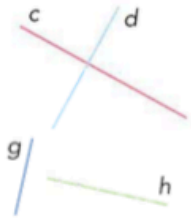
2 Avec une équerre, **vérifie** quels sont les côtés perpendiculaires de ces 2 figures.





3 Pour chaque figure, **indique** si les droites sont perpendiculaires.





4 **Mesure** les segments qui relient le point A aux autres points.

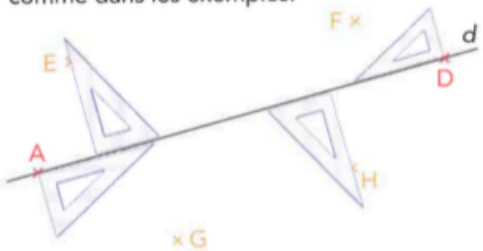
a. Quel est le chemin le plus court entre A et la droite rouge ?

b. Quel angle ce segment forme-t-il avec la droite rouge ?

5 Sur une feuille blanche, **construis** cette figure.

a. **Trace** une droite *d*.

b. **Place** les 8 points comme sur le dessin : 4 points sur la droite, 2 points au-dessus et 2 au-dessous de la droite. **Trace** les droites perpendiculaires passant par chacun de ces points. Tu peux positionner ton équerre comme dans les exemples.



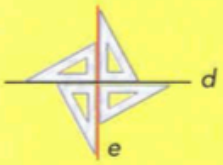
126

J'APPRENDS

Deux droites **perpendiculaires** sont 2 droites qui se coupent en formant un angle droit.
Sur une figure, on indique qu'un angle est droit avec ce signe.
Exemple : La droite *d* est perpendiculaire à la droite *e*.

J'AI COMPRIS

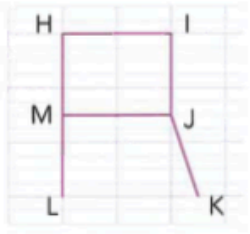
- Le chemin le plus court entre un point A et une droite *d* est le segment perpendiculaire à *d* qui passe par le point A.
- Sur une droite, je peux positionner l'angle droit de l'équerre et un de ses côtés de 4 manières différentes.

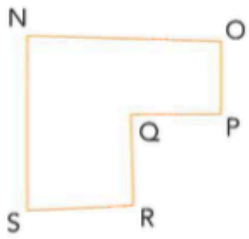


JE TRAVAILLE SEUL(E)

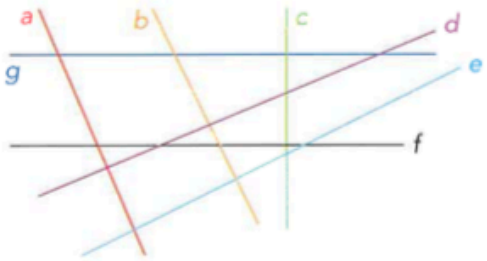
6 * Les côtés de ces figures sont-ils perpendiculaires ? **Réponds** par **oui** ou **non**.

a. HI et IJ
b. JM et JK
c. HI et HL
d. NO et NS
e. OP et PQ
f. QR et RS

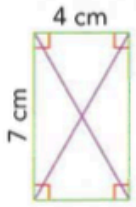




7 * Quelles droites sont perpendiculaires ?



8 * **Reproduis** ces figures.



9 * Sur une feuille blanche, **construis** cette figure.

a. **Trace** une droite *d* et **place** deux points K et L qui ne sont pas sur cette droite.
b. **Trace** le chemin le plus court entre chaque point et la droite *d*.

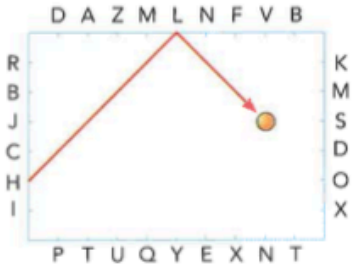
10 ** Sur une feuille blanche, **construis** cette figure.

a. **Trace** 2 droites perpendiculaires *d* et *e* qui se coupent au point H.
b. **Place** un point I sur la droite *d* et un point J sur la droite *e*.
c. **Trace** le segment IJ. Quelle figure obtiens-tu ?

JE VAIS PLUS LOIN

11 ** **Trouve** toutes les rues qui sont perpendiculaires.

12 *** **Décalque** la figure. Les 7 premières lettres que touche la balle en rebondissant en angle droit forment le nom d'une ville.



ESPACE ET GÉOMÉTRIE **49**

Reconnaître et tracer des droites perpendiculaires

Manuel pp. 126-127

Programmes	Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : droites perpendiculaires.
Introduction	En CE2, les élèves ont appris à vérifier la nature d'une figure plane en utilisant la règle graduée et l'équerre et à construire un carré ou un rectangle de dimensions données. Ils savent donc identifier et tracer des angles droits. En revanche, ils n'ont pas étudié la notion de droites perpendiculaires et l'utilisation de l'équerre n'est pas maîtrisée par tous : beaucoup d'élèves ne savent pas comment positionner l'équerre.
Matériel	– Chaque élève a une équerre et une feuille blanche. – L'enseignant a tracé au tableau quadrillé 2 rectangles de tailles différentes (Figure 1).

SÉANCE 1	**1 heure**
Exercice écrit *15 min*	Exercices de « *Problèmes* » pour l'évaluation formative d'une notion déjà étudiée : « Situations additives : chercher un tout avec des parties inégales », exercices 3 et 4 p. 172 du manuel.
Calcul mental *10 min*	Compétence : « Ajouter des milliers à un nombre entier ». Exemple : 6 748 + 3 000. *Stratégie :* C'est le nombre de milliers qui change, les chiffres de la classe des unités ne changent pas. 6 748 + 3 000 = (6 000 + 3 000) + 748 = 9 000 + 748 = 9 748. Items : 3 210 + 4 000 ; 5 000 + 1 857 ; 6 412 + 6 000 ; 4 865 + 8 000 ; 4 300 + 9 000.
Mise en projet d'apprentissage *1 min*	Présentation de l'objectif d'apprentissage « *Aujourd'hui, vous allez apprendre à reconnaître et à tracer des droites perpendiculaires.* » Présentation des résultats attendus « *À la fin de la séance, vous saurez vérifier si des droites sont perpendiculaires ; vous saurez aussi en tracer sur du papier quadrillé et sur du papier uni.* »
Explicitation et pratique guidée *34 min*	➤ **Rappel des connaissances préalables** *(révision du CE2)* Montrer la figure 1 et demander : « *Comment s'appellent les figures qui sont tracées au tableau ?* » → Des rectangles. « *Comment sait-on que ce sont des rectangles ?* » → Les rectangles ont des angles droits. « *Comment sait-on qu'elles ont des angles droits ?* » → Car les lignes du quadrillage se coupent en formant des angles droits. « *Avec quel instrument peut-on le vérifier ?* » → Une équerre. Montrer et demander aux élèves de montrer l'angle droit de l'équerre et ses 2 côtés perpendiculaires.
Explicitation	➤ **Sous-compétences 1 et 2 : Définir le mot « perpendiculaire » et vérifier que les côtés d'une figure ou des droites sont perpendiculaires.** **« APPRENONS ENSEMBLE » A** Après lecture de la situation du manuel, vérifier la compréhension de la situation par les élèves grâce à des questions ou reformulations. C'est l'enseignant qui explique la démarche pour résoudre le problème ; les élèves écoutent. L'enseignant reprend, pas à pas, les phases décrites dans le « APPRENONS ENSEMBLE » du manuel pour résoudre la situation-problème. Préciser que l'on peut dire que les rues de Gaëlle et Kenza sont perpendiculaires ou que la rue de Gaëlle est perpendiculaire à celle de Kenza ou que la rue de Kenza est perpendiculaire à celle de Gaëlle.
Pratique guidée	**« APPRENONS ENSEMBLE » B** L'enseignant reprend les étapes de la démarche (compréhension et stratégie) en guidant les élèves par des questions. **« ENTRAÎNONS-NOUS » :** Faire oralement l'exercice 1 et sur ardoise les exercices 2 et 3 p. 126 du manuel.
Explicitation	➤ **Sous-compétence 3 : Connaître le chemin le plus court entre une droite et un point** • **Exemple 1 :** L'enseignant trace au tableau une droite (*d*) et un point A n'appartenant pas à (*d*). « *Quel est le chemin le plus court entre la droite (d) et le point A ?* » L'enseignant trace plusieurs segments reliant (*d*) à des points appartenant à (*d*) dont un perpendiculaire à (*d*). Il peut ensuite comparer la longueur des segments en les reportant avec un compas sur une demi-droite ou en les mesurant avec une règle graduée. Il utilise ensuite le compas pour montrer que le chemin le plus court est le segment perpendiculaire à (*d*). *Présentation de la stratégie* Pour trouver le chemin le plus court entre une droite et un point, on trace le segment perpendiculaire à la droite passant par ce point. • **Exemple 2 :** L'enseignant trace une autre droite (*y*) et un point B. Quel est le chemin le plus court ?
Pratique guidée	Un élève vient au tableau tracer le segment perpendiculaire. **« ENTRAÎNONS-NOUS » :** Faire sur l'ardoise l'exercice 4 p. 126

Explicitation	➤ **Sous-compétence 4 :** Tracer des droites perpendiculaires sur une feuille blanche. • Exemple 1 : Tracer une droite *d* horizontale sur le tableau uni et dire : « *On veut tracer une droite e perpendiculaire à la droite* d. » *Présentation de la stratégie* – On place l'équerre sur la droite *d* ; on pose l'angle droit de l'équerre sur la droite et on superpose un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite. Il y a 4 positions possibles (voir ci-contre). – On trace une droite le long de l'autre côté de l'angle droit de l'équerre. – On peut prolonger cette droite avec la règle, on nomme la droite e et on marque un angle droit par un « coin ». • Exemple 2 : Un élève vient tracer une droite *f* perpendiculaire à la droite *d* puis e. Utiliser les différentes positions de l'équerre.
Pratique guidée	« Entraînons-nous » : Demander aux élèves de tracer des droites perpendiculaires sur leur feuille blanche.
Explicitation	➤ **Sous-compétence 5** : Sur une feuille blanche, tracer des droites perpendiculaires en passant par un point donné. **1er cas : Le point est sur la droite.** • Exemple 1 : Sur le tableau uni, l'enseignant trace une droite *d* horizontale et place un point O sur la droite. On veut tracer une droite e perpendiculaire à la droite *d* passant par le point O. *Présentation de la stratégie* – On place l'équerre sur la droite *d* : on pose l'angle droit de l'équerre sur le point O, on superpose un côté de l'angle droit de l'équerre sur la droite. Il y a 4 positions possibles. – On trace la droite le long de l'autre côté de l'équerre. • Exemple 2 : Un élève vient placer un point P et un point R vers les extrémités de *d*. Utiliser les positions adéquates de l'équerre pour tracer les perpendiculaires. **2nd cas : Le point n'est pas sur la droite.** • Exemple 1 : Placer un point S qui ne soit pas sur la droite *d*. *Présentation de la stratégie* – On place l'équerre sur la droite : le point étant d'un côté de la droite, il n'y a plus que 2 positions possibles et quelquefois, selon la distance du point à la droite, il n'y en a plus qu'une quand il faut utiliser le côté le plus long de l'équerre. – On fait glisser l'équerre jusqu'au point. – On trace la droite le long du côté de l'équerre. On peut prolonger la droite. • Exemple 2 : Un élève vient placer un point T et un point U à des distances éloignées de la droite. Utiliser les positions adéquates de l'équerre pour tracer les perpendiculaires.
Pratique guidée	« Entraînons-nous » : Faire sur l'ardoise l'exercice 5 p. 126 du manuel.

SÉANCE 2	1 heure
Exercice écrit *5 min*	Correction des exercices faits la veille : exercices 3 et 4 p. 172 du manuel.
Calcul mental *15 min*	1. Même compétence que la veille : « Ajouter des milliers à un nombre entier ». 2. Réactivation de la compétence « Écrire des nombres en lettres ». L'enseignant écrit des nombres en chiffres au tableau, les élèves les écrivent en lettres sur leur ardoise.
Explicitation *5 min*	Rappel de l'explicitation de la séance 1 Rappeler ce que sont des droites perpendiculaires puis, à partir de quelques exemples au tableau, rappeler les différentes stratégies pour identifier et tracer des droites perpendiculaires.
Pratique autonome *30 min*	« Je travaille seul(e) » Travail par écrit : – *Sous-compétences 1 et 2* : Exercices 6 et 7 – *Sous-compétence 5* : Exercice 9 – *Sous-compétences 3 et 4* : Exercice 8 Différenciation : Repérer les élèves en difficulté dans ces exercices. Les aider à faire ces exercices. On peut également leur proposer de refaire par écrit des exercices de « Entraînons-nous ». Les élèves qui n'ont pas de difficulté font, seuls, l'exercice 10 et, en binômes, les exercices 11 et 12 de « Je vais plus loin ». Les exercices sont corrigés pendant la séance.
Objectivation *5 min*	« J'apprends / J'ai compris » – Demander : « *Qu'avez-vous appris ?* » – Lire et commenter les rubriques « J'apprends » et « J'ai compris » du manuel p. 127.
Évaluations	• Formative : Pour la semaine suivante, faire apprendre la rubrique « J'apprends », lire la rubrique « J'ai compris » et faire les exercices 3 et 4 de « *J'évalue mes connaissances* » p. 156 du manuel. • Sommative (bilan périodique) : exercices 49.1 et 49.2 p. 219 du guide pédagogique.
Réactivation	Pendant les semaines et les mois qui suivent, à chaque réactivation, revoir la leçon et faire un exercice du Cahier d'exercices (voir la planification de réactivation p. 11).

Annexe 5 : Collection « Maths explicites » - Parallélisme

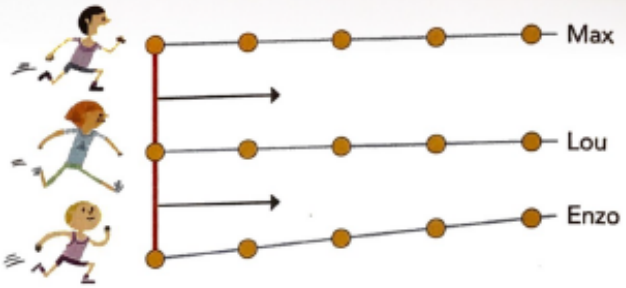
Extrait du manuel « Maths explicites, CM1 », Hachette, 2016, pp. 128-129

ESPACE ET GÉOMÉTRIE

50 Reconnaître des droites parallèles

APPRENONS ENSEMBLE

A Dans la cour de l'école, Max, Lou et Enzo alignent des plots pour préparer les deux couloirs de la course de 40 m.
La maîtresse dit à Enzo :
« Tu vas avoir un problème ! »
Quel est ce problème ?



Est-ce un problème d'alignement ? → À vue d'œil, les plots d'Enzo sont bien alignés.

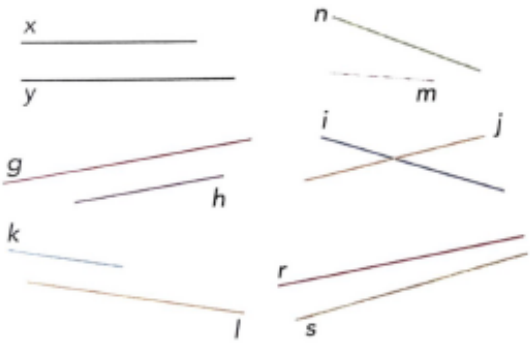
Est-ce un problème de largeur de couloir ? → Oui. La largeur du couloir diminue. Enzo rapproche de plus en plus ses plots de ceux de Lou. La ligne de plots d'Enzo va finir par couper la ligne de Lou.

Les lignes de plots pour faire les couloirs ne doivent pas se couper. Elles doivent être parallèles.

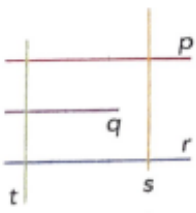
B Les lignes de plots de Max et de Lou sont-elles parallèles ?

ENTRAÎNONS-NOUS

1 Dans chaque figure, **indique** si les droites sont parallèles.
Les droites *x* et *y* sont parallèles ou la droite *x* est parallèle à la droite *y*.



2 **Réponds** aux questions par **oui** ou **non**.



a. *p* est-elle parallèle à *q* ?
b. *r* et *t* sont-elles parallèles ?
c. *p* est-elle parallèle à *r* ?
d. *p*, *q* et *r* sont-elles parallèles ?
e. *t* est-elle parallèle à *s* ?
f. *p* est-elle parallèle à *t* ?

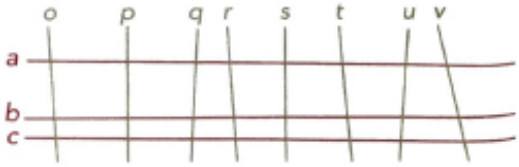
3 **Recopie** ces droites sur ton cahier. Les droites de la même couleur sont parallèles.

Prends comme repère un coin de carreau, puis vérifie l'écart entre 2 droites de la même couleur en comptant les carreaux.

4 **Trouve** quelles droites sont parallèles à la droite *x*.

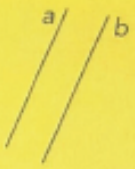
Pour t'aider, tu peux utiliser un calque du réseau de parallèles.

5 Quelles droites sont parallèles entre elles ?



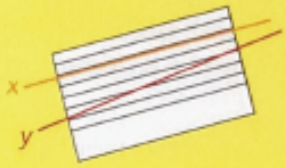
J'APPRENDS

Des droites **parallèles** sont des droites qui ne se coupent jamais.
Exemple : La droite *a* est parallèle à la droite *b*.
Les droites *a* et *b* sont parallèles.



J'AI COMPRIS

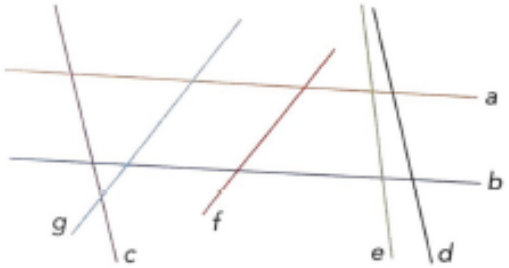
- Pour vérifier ou tracer des droites parallèles, je peux utiliser un calque de réseau de parallèles.
- Pour vérifier si la droite *x* est parallèle à la droite *y*, on superpose le calque sur *x* ; *y* coupe une droite du réseau : elle n'est pas parallèle à *x*.



un réseau de parallèles

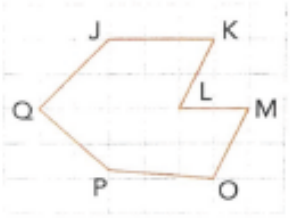
JE TRAVAILLE SEUL(E)

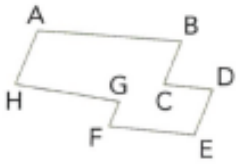
6 * **a. Écris** les noms des droites qui, à vue d'œil, te semblent parallèles.



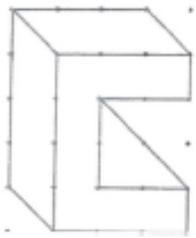
b. Utilise le réseau de parallèles pour vérifier tes réponses.

7 * Quels sont les côtés parallèles de ces figures ? Tu peux utiliser le réseau de parallèles.





8 ** **Reproduis** ces figures.



9 * Sur une feuille quadrillée, **construis** cette figure.

a. Trace 2 droites parallèles *x* et *y*.

b. Trace 2 droites parallèles *m* et *n* qui coupent les droites *x* et *y* aux points F, G, H et I.

c. Que peux-tu dire de la figure FGHI ?

10 * Sur une feuille quadrillée, **construis** cette figure.

a. Trace 2 droites parallèles *x* et *y*.

b. Trace 2 droites parallèles *o* et *p* perpendiculaires à *x* et *y* et qui coupent les droites *x* et *y* aux points J, K, L et M.

c. Que peux-tu dire de la figure JKLM ?

JE VAIS PLUS LOIN

11 ** Max, Enzo et Lou ont placé des plots pour délimiter 2 couloirs parallèles de 40 m de long. Ils ont placé un plot sur chaque ligne de départ et d'arrivée et ils ont placé un plot tous les 5 m.

a. Combien de plots chaque élève a-t-il placés ?

b. Combien de plots ont-ils placés en tout ?

12 *** **À la manière de Vasarely.**

a. Sur ta feuille de dessin, **trace** un grand cercle.

b. Trace des lignes horizontales parallèles de plus en plus espacées. Ces lignes se déforment à l'intérieur du cercle.

c. Colorie de la même couleur une ligne sur deux.

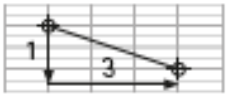
ESPACE ET GÉOMÉTRIE **50**

Reconnaître des droites parallèles

Manuel pp. 128-129

Programmes	– Reconnaître que des droites sont parallèles. – Utiliser en situation le vocabulaire géométrique : droites parallèles.
Introduction	La notion de droites parallèles n'a pas été étudiée en CE2. Toutefois le mot « parallèle » peut être connu par les élèves car il est utilisé dans la vie courante (rue parallèle, monde parallèle…). En CM2, les élèves utiliseront les instruments pour vérifier le parallélisme de deux droites (règle et équerre) et pour tracer des droites parallèles. C'est donc avec un réseau de parallèles (p. 288) que les élèves en CM1 vérifieront le parallélisme de droites.
Matériel	– Chaque élève a un calque-réseau de parallèles (p. 288), l'enseignant aussi en a préparé un en grand format. L'enseignant a tracé sur le tableau uni : – 2 droites *x* et *y* parallèles (Figure 1) ; – 2 droites *a* et *b* sensiblement non parallèles (Figure 2).

SÉANCE 1	**1 heure**
Exercice écrit *15 min*	Exercice de « *J'évalue mes connaissances* » pour l'évaluation formative d'une notion déjà étudiée : en ce début de période, l'enseignant choisira une compétence que certains élèves maîtrisent mal.
Calcul mental *10 min*	Compétence : « Soustraire des milliers à un nombre entier ». Exemple : 6 748 – 3 000. *Stratégie :* Seul le nombre de milliers change, les chiffres de la classe des unités ne changent pas 6 748 – 3 000 = (6 000 – 3 000) + 748 = 3 000 + 748 = 3 748. Items : 8 247 – 4 000 ; 10 563 – 2 000 ; 8 430 – 7 430 ; 8 004 – 6 000 ; 15 146 – 3 000.
Mise en projet d'apprentissage *1 min*	Présentation de l'objectif d'apprentissage *« Aujourd'hui, vous allez apprendre ce que sont des droites parallèles et apprendre à les reconnaître. »* Présentation des résultats attendus *« À la fin de la séance, vous saurez vérifier si des droites et des côtés de figures sont parallèles ; vous saurez aussi en tracer sur du papier quadrillé. »*
Explicitation et pratique guidée *34 min*	➤ **Rappel des connaissances préalables** Dire : « *Vous avez déjà appris ce qu'est une droite* (un élève vient en tracer une au tableau), *des points alignés* (un élève vient en placer sur la droite), *des droites perpendiculaires* (en tracer une ou deux passant par des points sur la droite et à l'extérieur de la droite). »
Explicitation	➤ **Sous-compétences 1 et 2** : Définir le mot « parallèles » et percevoir, à vue d'œil, que des droites sont parallèles. « APPRENONS ENSEMBLE » A Après lecture de la situation du manuel, expliquer les mots couloirs et plots et vérifier la compréhension de la situation par les élèves grâce à des questions ou reformulations. Pour cela, l'enseignant pourra soit les questionner, soit leur demander d'expliquer avec leurs propres mots. C'est l'enseignant qui explique la démarche pour résoudre le problème ; les élèves écoutent. L'enseignant reprend, pas à pas, les phases décrites dans le « APPRENONS ENSEMBLE » du manuel pour résoudre la situation-problème. Préciser la définition de droites parallèles : des droites qui ne se coupent jamais, même si on les prolonge. Elles vont dans la même direction et l'écartement (la distance) entre des droites parallèles est constant : il ne change pas. On peut dire que les lignes droites de Lou et Enzo ne sont pas parallèles ou que la ligne d'Enzo n'est pas parallèle à celle de Lou ou que la ligne de Lou n'est pas parallèle à celle d'Enzo. « APPRENONS ENSEMBLE » B L'enseignant reprend les étapes de la démarche (compréhension et stratégie) en guidant les élèves par des questions.
Pratique guidée	« ENTRAÎNONS-NOUS » : Faire sur l'ardoise l'exercice 1 p. 128 du manuel.
Explicitation	➤ **Sous-compétence 3** : Vérifier sur un quadrillage que des droites sont parallèles. • Exemple 1 : « *On a déjà vu que les droites du quadrillage du tableau et de votre cahier sont perpendiculaires.* » L'enseignant repasse à la craie de couleur 2 lignes horizontales ou verticales du tableau et les nomme *a* et *b*. *Demander :* « *Que peut-on dire des droites a et b ?* » → Elles sont parallèles. « *On le voit à vue d'œil mais qu'est-ce qui le prouve ?* » → L'écart : le nombre de carreaux reste toujours le même. « *Que peut-on dire de toutes les lignes verticales du tableau ?* » → Elles sont toutes parallèles entre elles. • Exemple 2 : « *Que peut-on dire de toutes les lignes horizontales ?* »
Pratique guidée	« ENTRAÎNONS-NOUS » : Faire sur l'ardoise l'exercice 2 p. 128 du manuel.

Explicitation	➤ **Sous-compétence 4** : Tracer des droites parallèles sur du papier quadrillé et pointé. • Exemple 1 : L'enseignant trace une droite *d* horizontale sur le tableau quadrillé. « *On veut tracer une droite e parallèle à la droite* d. » *Présentation de la stratégie* Les droites horizontales du tableau ou du cahier étant parallèles, il suffit de tracer une ligne horizontale du quadrillage avec la règle. • Exemple 2 : L'enseignant trace une droite *m* oblique sur le quadrillage, passant par des points d'intersection des carreaux. « *Comment tracer une droite parallèle à cette droite m ?* » *Présentation de la stratégie* – On repère les coins (les points d'intersection) des carreaux par lesquels la droite passe. – On calcule la position entre ces 2 points en comptant les carreaux qui les séparent.  – On choisit un écart entre les droites de 1, 2 ou 3… carreaux et, à partir d'un coin de carreau, on reproduit le même déplacement pour placer le 2nd point. – On trace la droite passant par ces 2 points.
Pratique guidée	« ENTRAÎNONS-NOUS » : Faire sur l'ardoise l'exercice 3 p. 128 du manuel.
Explicitation	➤ **Sous-compétence 5** : Vérifier sur papier uni que des droites sont parallèles. • Exemple 1 : montrer la figure 1 et demander si les droites *x* et *y* semblent parallèles. Oui. « *Comment le vérifier ?* » → Présenter le calque de réseau de parallèles. *Présentation de la stratégie* – On place le calque de manière à superposer une droite du calque sur la droite *x*. – On vérifie alors la position de la droite *y* : si elle croise l'une des droites du réseau, c'est qu'elle ne va pas dans la même direction, l'écartement entre ces droites n'est pas constant ; il change. Donc elle n'est pas parallèle à *x*. Si *y* se superpose ou ne croise pas une droite du réseau, c'est qu'elle est parallèle à *x*.
Pratique guidée	• Exemple 2 : Demander à un élève de venir appliquer la stratégie pour la figure 2. « ENTRAÎNONS-NOUS » : Faire oralement l'exercice 4 et sur l'ardoise l'exercice 5 p. 128 du manuel.

SÉANCE 2	1 heure
Exercice écrit *5 min*	Correction des exercices faits la veille.
Calcul mental *15 min*	1. Même compétence que la veille : « Soustraire des milliers à un nombre entier ». 2. Réactivation de la compétence : « Décomposer un nombre ». L'enseignant propose des nombres à décomposer ou à recomposer.
Explicitation *5 min*	Rappel de l'explicitation de la séance 1 Rappeler ce que sont des droites parallèles puis, à partir de quelques exemples au tableau, rappeler les différentes stratégies pour identifier des droites parallèles.
Pratique autonome *30 min*	« JE TRAVAILLE SEUL(E) » – *Sous-compétences 1, 2 et 3* : Exercice 6 – *Sous-compétences 2 et 5* : Exercice 7 – *Sous-compétence 4* : Exercices 9 et 10 Différenciation : Repérer les élèves en difficulté dans ces exercices. Les aider à faire ces exercices. L'enseignant questionne et aide les élèves à s'approprier la stratégie précédemment présentée. On peut également leur proposer de refaire par écrit des exercices de « ENTRAÎNONS-NOUS ». Les élèves qui n'ont pas de difficulté font, seuls, l'exercice 8 et, en binômes, les exercices 11 et 12 de « JE VAIS PLUS LOIN ». Les exercices sont corrigés pendant la séance.
Objectivation *5 min*	« J'APPRENDS / J'AI COMPRIS » – Demander : « *Qu'avez-vous appris ?* » – Lire et commenter les rubriques « J'APPRENDS » et « J'AI COMPRIS » du manuel p. 129.
Évaluations	• Formative : Pour la semaine suivante, faire apprendre la rubrique « J'APPRENDS », lire la rubrique « J'AI COMPRIS » et faire l'exercice 5 de « *J'évalue mes connaissances* » p. 156 du manuel. • Sommative (bilan périodique) : exercices 50.1 et 50.2 p. 219 du guide pédagogique.
Réactivation	Pendant les semaines et les mois qui suivent, à chaque réactivation, revoir la leçon et faire un exercice du Cahier d'exercices (voir la planification de réactivation des compétences dans le guide pédagogique p. 11).

Annexe 6 : Collection « CapMaths » - Perpendicularité

Extrait du manuel « CapMaths, CM1 », Hatier, 2016, pp. 27-28

UNITÉ 3

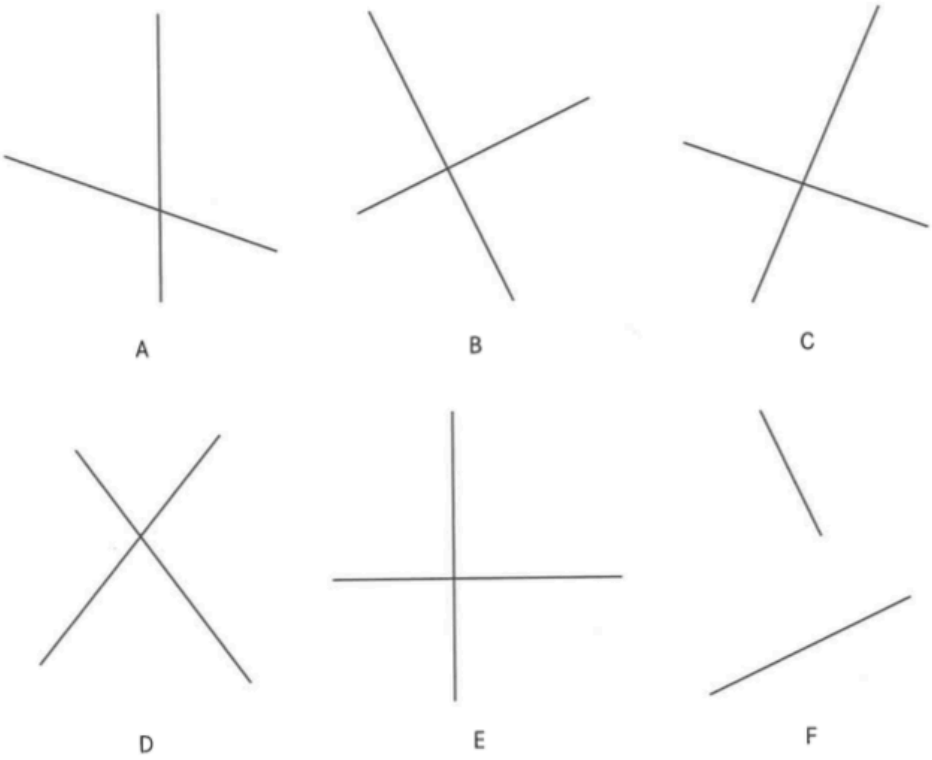
Droites perpendiculaires

▶ guide apprentissage 6

RECONNAITRE DES DROITES PERPENDICULAIRES

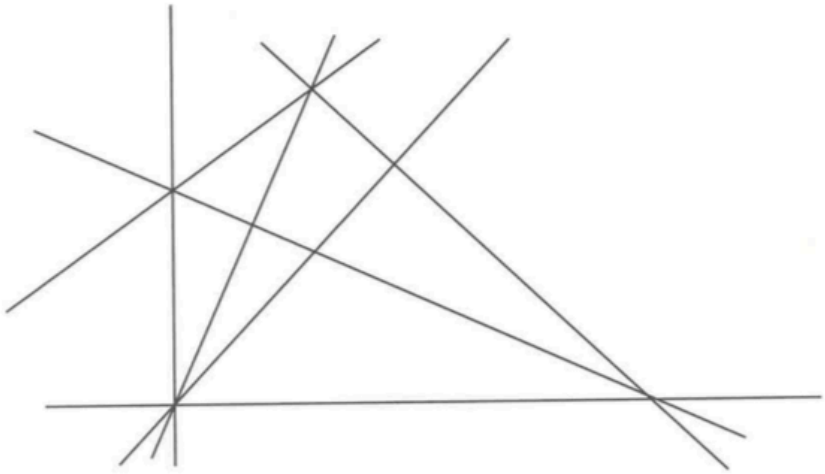
DICO 61

1 Quelles sont les figures formées de deux droites perpendiculaires ? .....



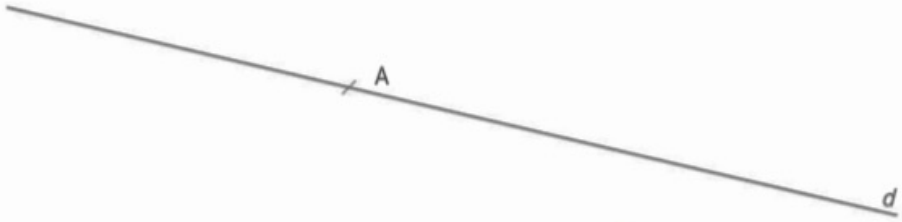
2 Repasse d'une même couleur les droites qui sont perpendiculaires.

★★

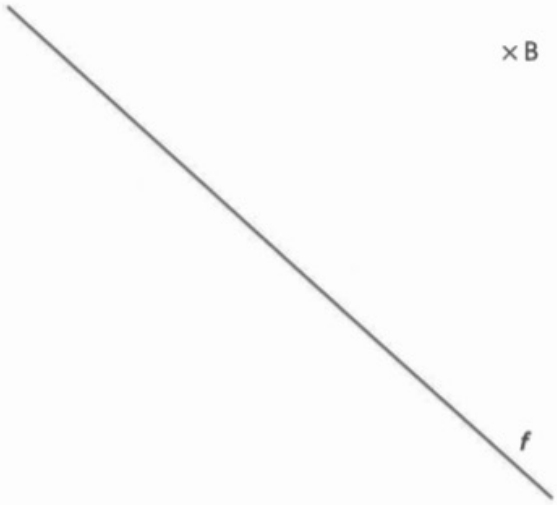


TRACER DES DROITES PERPENDICULAIRES

3 Trace la droite qui passe par le point A et qui est perpendiculaire à la droite *d*. DICO 62



4 Trace la droite qui passe par le point B et qui est perpendiculaire à la droite *f*. DICO 62



ÉNIGME

Sans utiliser d'instrument, fabrique un gabarit d'angle droit avec une feuille comme celle-ci, sans bords droits.

unité 3

APPRENTISSAGE 6

Angle droit, droites perpendiculaires

Connaissances travaillées

- **Angle droit : quart de plan**
- **Notion de droites perpendiculaires**
- **Tracé d'une droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné.**

Dans cette situation, les élèves découvrent un **nouvel aspect de l'angle droit** : quatre angles droits de même sommet recouvrent entièrement le plan et les côtés de ces 4 angles déterminent deux droites qu'on appelle « droites perpendiculaires ».

Les élèves vont également apprendre à **reconnaitre des droites perpendiculaires dans des orientations différentes**, d'abord par la perception, puis par vérification avec l'équerre. Nombreux sont les élèves qui éprouvent des difficultés pour **tracer une droite perpendiculaire à une droite donnée et passant par un point donné**, notamment quand le point est extérieur à la droite. Faire précéder le tracé avec l'équerre d'un tracé à main levée devrait aider l'élève à se construire une bonne image de deux droites perpendiculaires qu'il pourra ensuite projeter sur la figure à compléter et qui guidera son tracé.

unité 3

Situation phare 6 : 4 ANGLES DROITS RECOUVRENT LA FEUILLE

Cette situation est conçue pour être conduite sur deux séances :

– dans une première séance, traiter les **phases 1 et 2** suivies de l'exercice 1 (ou 1 et 2) du cahier p. 27 ;

– après avoir rappelé ce que sont deux droites perpendiculaires et comment procéder pour s'assurer que deux droites sont perpendiculaires, traiter la **phase 3** suivie des exercices 3 et 4 du cahier p. 28 et de la recherche de l'énigme.

Tâche	Matériel
Les élèves, avec une feuille de papier blanc et un morceau de papier calque, doivent partager le plan en **4 angles égaux de même sommet**. Après avoir constaté que les 4 angles sont droits et forment 2 droites dites « perpendiculaires », ils doivent avec leurs instruments de géométrie **tracer deux droites perpendiculaires**. Ils apprennent ensuite à tracer une droite qui est perpendiculaire à une autre droite et qui passe par un point donné.	pour la classe : – 4 angles de même sommet → **fiche 19** découpée sans bords droits (format A3) – 4 angles droits de même sommet → **fiche 20** sans bords droits (format A3) – **fiche 21** rétroprojetée – plusieurs feuilles A4, sans bords droits – feuille de calque (format A4) – équerre de tableau par équipes de 2 : – morceaux de calque (5 cm × 5 cm) – demi-feuilles A4 sans bords droits par élève : – **fiche 21 questions A et B** – demi-feuille A4 sans bords droits – équerre, règle

AVANT LA SÉANCE

• Remettre aux élèves plusieurs demi-feuilles A4 et les faire découper le plus près des bords de façon à ce qu'elles n'aient plus de bords droits :

ÉQUIPES DE 2 ET COLLECTIF

PHASE 1 Partager une feuille en 4 angles égaux

• Afficher au tableau la **fiche 19** agrandie et commenter :

➡ *On voit 4 segments qui ont une même extrémité. Ces 4 segments partagent la feuille en 4 angles qui ont tous le même sommet. Visiblement, ces angles ne sont pas tous égaux.*

• Remettre aux équipes une **demi-feuille A4 sans bords droits** et **plusieurs morceaux de calque**. Leur demander de marquer un point à peu près au centre de la feuille.

• Expliquer le problème :

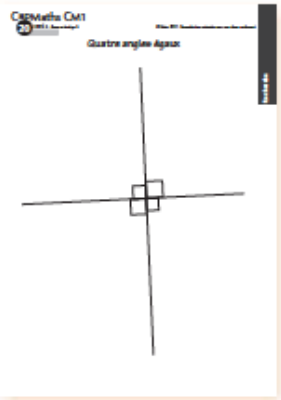
➡ *Vous allez chercher à partager la feuille en 4 angles qui doivent tous avoir pour sommet le point marqué. Mais attention, les **4 angles doivent être tous égaux**. Vous disposez de petits morceaux de calque et de tous vos instruments de géométrie. **Vous n'êtes pas autorisés à plier la feuille**. Si le premier essai n'est pas concluant, vous pourrez faire d'autres essais sur d'autres feuilles, mais ne jetez pas vos différents essais.*

• Laisser un temps suffisant pour que les équipes envisagent une stratégie de résolution et approchent de la solution, sans nécessairement y parvenir. La recherche sera poursuivie collectivement.

Procédures de résolution possibles :

1. Tracer un angle sur la feuille et le reporter avec le calque jusqu'à voir 4 angles, comparer le 4e angle aux 3 premiers. Recommencer en ajustant la taille du premier angle.
2. Tracer une droite passant par le point marqué, la feuille est ainsi partagée en deux moitiés, puis chercher à partager chaque moitié en deux angles égaux en traçant un segment ayant pour sommet le point marqué. Comparer les deux angles déterminés par le segment et ajuster la position du segment.
3. Tracer quatre angles droits de même sommet en référence à une feuille quadrillée (*cette procédure n'est pas la plus usuelle, mais peut être utilisée par des élèves*).

• Demander aux équipes de présenter leurs procédures dans l'ordre où elles sont mentionnées dans le commentaire. Afficher ensuite au tableau différentes productions où les 4 angles s'approchent d'un angle droit. Après débat, l'hypothèse est émise et vérifiée que les 4 angles sont droits.



• Afficher au tableau la **fiche 20** au format A3 sur laquelle sont tracés 4 angles droits de même sommet avec les 4 angles codés. Demander aux élèves de commenter ce qu'il voit : 4 angles droits de même sommet, les côtés des angles n'ont pas même longueur… et les côtés des angles forment deux droites.

• Vérifier l'exactitude de cette remarque sur la figure et conclure :

Quatre angles droits de même sommet forment deux droites qu'on appelle des **droites perpendiculaires**.

INDIVIDUEL ET COLLECTIF

PHASE 2 Tracé de 2 droites perpendiculaires

• Remettre aux élèves une **demi-feuille A4 sans bords droits** et indiquer :

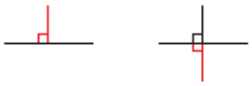
➡ *Sur cette feuille, vous allez tracer avec vos instruments de géométrie deux droites perpendiculaires. Vous allez essayer de le faire en traçant le moins d'angles droits possible.*

• Une fois le tracé effectué, faire exposer les différentes méthodes utilisées.

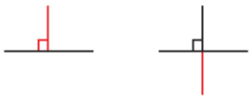
Procédures possibles :

1. Tracé de 3 angles droits ayant même sommet. L'équerre est utilisée trois fois. Vérification que le 4e angle est droit.

2. Tracé d'une droite et, de part et d'autre de celle-ci, de 2 angles droits ayant même sommet et dont un côté est porté par la droite. L'équerre est utilisée deux fois.
Vérification que les deux autres angles sont droits.



3. Tracé d'une droite, puis d'un angle droit dont un côté est porté par la droite et prolongement à la règle du second côté de l'angle de l'autre côté de la droite. L'équerre n'est utilisée qu'une fois.
Vérification que les trois autres angles sont droits.

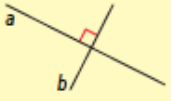


• La comparaison des productions des élèves fait apparaitre la **procédure 3** comme étant la plus économique (une seule utilisation de l'équerre pour tracer), mais aussi la plus précise.

• Faire une **synthèse** sur les droites perpendiculaires :

Les droites perpendiculaires

• **Deux droites qui se coupent en formant un angle droit sont appelées des droites perpendiculaires.**



• **Les quatre angles qu'elles forment sont des angles droits.**

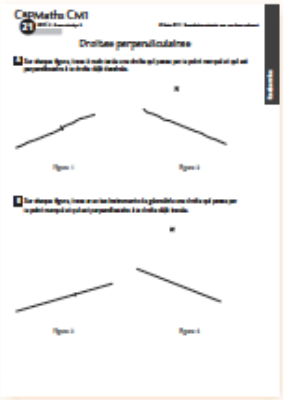
On dit que : les droites *a* et *b* sont perpendiculaires
ou la droite *a* est perpendiculaire à la droite *b*
ou la droite *b* est perpendiculaire à la droite *a*
Ces trois phrases ont la même signification.

Une difficulté consiste à considérer comme équivalentes les expressions « **droites perpendiculaires** » où le pluriel marque le fait que la perpendicularité est une relation entre deux droites et l'expression la « **droite perpendiculaire à …** » où une des deux droites est privilégiée.

INDIVIDUEL ET COLLECTIF

PHASE 3 Tracé d'une droite perpendiculaire à une autre

FICHE 21 questions A et B



• Distribuer la **fiche 21** et demander de lire les consignes des deux questions. S'assurer que l'expression « droite qui passe par… » est comprise des élèves. La présenter comme signifiant que « le point doit être sur la droite ».

• Préciser pour la **question A** :

➡ *Avant de faire un tracé, il est important d'imaginer ce qu'on va obtenir, cela aide à placer correctement les instruments. Faire un tracé à main levée permet également de mieux voir ce que l'on va obtenir. Les deux droites déjà tracées l'ont été à main levée. Il faut que vous traciez des droites perpendiculaires à ces droites sans l'aide d'aucun outil, en faisant un tracé approximatif.*

• Préciser également pour la **question B** :

➡ *Ce sont les mêmes constructions qui sont demandées, mais cette fois avec les instruments.*

• Venir en aide aux élèves qui ont du mal à anticiper la position de la droite et à la tracer à main levée.

• Procéder à une **correction collective** avec le support de la fiche photocopiée sur transparent ou du TNI.

■ **Question A :** Demander aux élèves comment ils ont fait pour anticiper la position de la droite perpendiculaire à la droite tracée : par exemple, tourner la fiche de façon à ramener la droite tracée horizontale ou tourner la tête pour l'amener dans cette position…

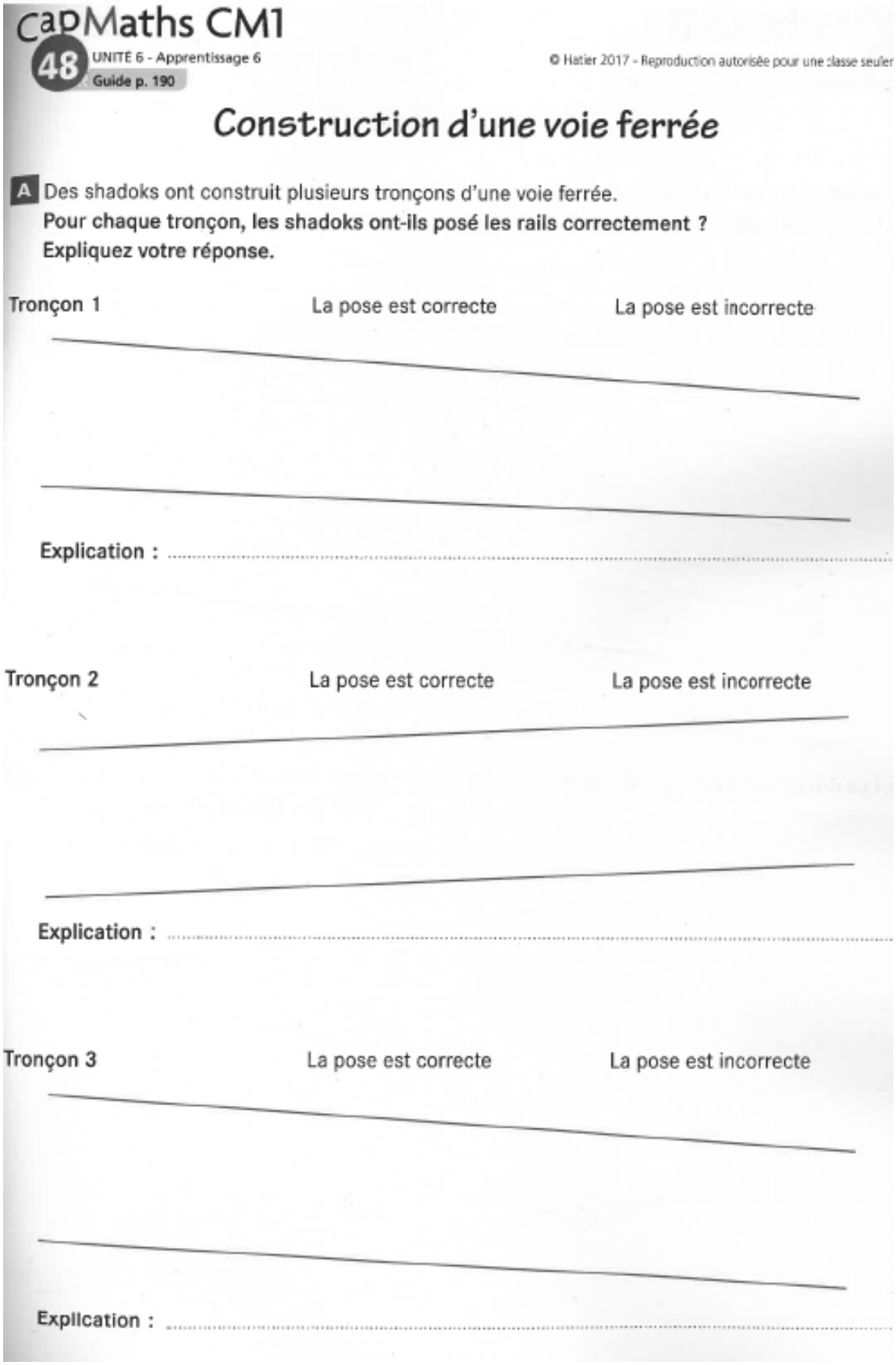
■ **Question B :** S'appuyer sur les tracés faits à main levée pour placer l'équerre, insister sur le placement de l'équerre :

– **Figure 3 :** Placement d'un bord de l'angle droit de l'équerre contre la droite et du sommet de l'angle droit de l'équerre contre le point marqué, en tenant compte de l'épaisseur de la mine du crayon afin que le trait passe bien par le point. Le prolongement du trait de l'autre côté la droite nécessite de placer correctement le bord de la règle contre le trait toujours en tenant compte de l'épaisseur de la mine du crayon.

– **Figure 4 :** Placement d'un bord de l'angle droit de l'équerre contre la droite et de l'autre bord de l'angle droit de l'équerre contre le point (centre de la croix). Ces deux contraintes sont difficiles à tenir car portant chacune sur un bord différent de l'équerre à la différence du tracé sur la figure 3. La technique s'acquiert au fil du temps et à force d'entrainement. Un élément déterminant de la réussite est la souplesse et la lenteur du geste en évitant toute crispation.

Annexe 7 : Collection « CapMaths » - Parallélisme

Matériel photocopiable «CapMaths, CM1 » Hatier, 2017, fiches 48-49-50



CapMaths CM1

48 UNITE 6 - Apprentissage 6

Guide p. 190

© Hatier 2017 - Reproduction autorisée pour une classe seule

Construction d'une voie ferrée

A Des shadoks ont construit plusieurs tronçons d'une voie ferrée.
Pour chaque tronçon, les shadoks ont-ils posé les rails correctement ?
Expliquez votre réponse.

Tronçon 1 La pose est correcte La pose est incorrecte

Explication : .....

Tronçon 2 La pose est correcte La pose est incorrecte

Explication : .....

Tronçon 3 La pose est correcte La pose est incorrecte

Explication : .....

© Hatier 2017 - Reproduction autorisée pour une classe seulen

Droites parallèles

B Effectue les tracés et mesures nécessaires pour savoir si ces droites sont parallèles.

a. Les droites sont-elles parallèles ? OUI NON

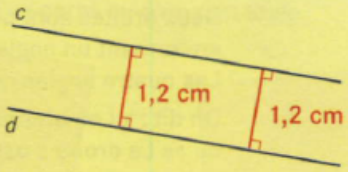
b. Les droites sont-elles parallèles ? OUI NON

Droites parallèles

DICO 63

Connaitre les droites parallèles

Deux droites parallèles sont deux droites qui ne se coupent pas.
L'écartement entre deux droites parallèles est toujours le même.
On dit : « Les droites *c* et *d* sont parallèles »
ou : « La droite *c* est parallèle à la droite *d* »
ou : « La droite *d* est parallèle à la droite *c* ».

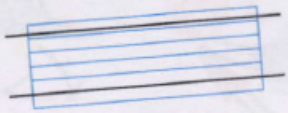


1,2 cm = 1 cm 2 mm

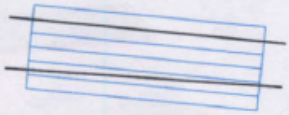
DICO 64

Vérifier que deux droites sont parallèles

Tu peux utiliser un guide-âne.



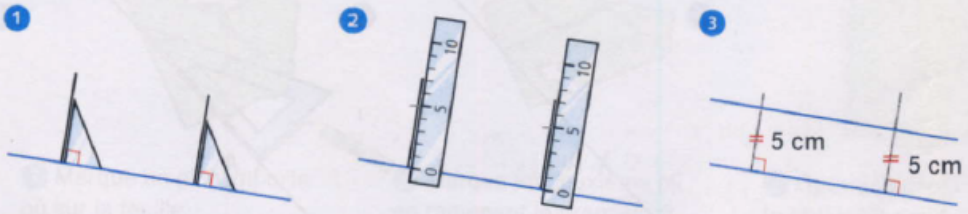
Les deux droites sont parallèles.



Les deux droites ne sont pas parallèles.

DICO 65

Tracer une droite parallèle à une autre droite



Cette méthode peut également être utilisée pour vérifier que deux droites sont parallèles.

UNITÉ 6

Droites parallèles

► guide apprentissage 6

RECONNAITRE DES DROITES PARALLÈLES

DICO 65

1 **a.** À l'œil, quelles sont les figures où les droites semblent parallèles ? .....

b. Utilise maintenant tes instruments pour savoir quelles sont les figures où les droites sont parallèles. .....

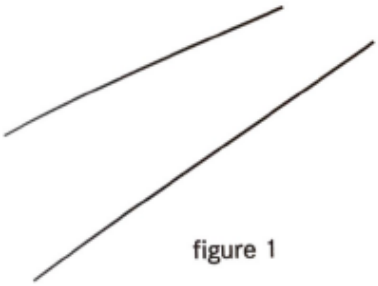


figure 1

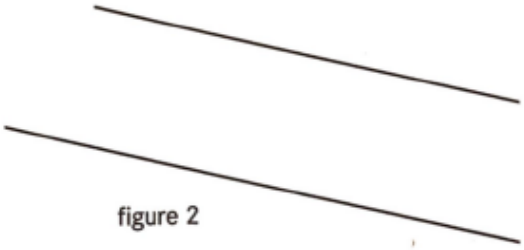


figure 2

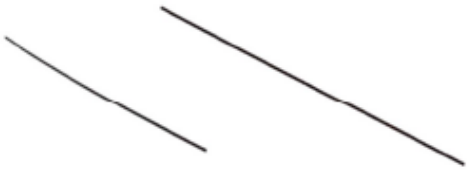
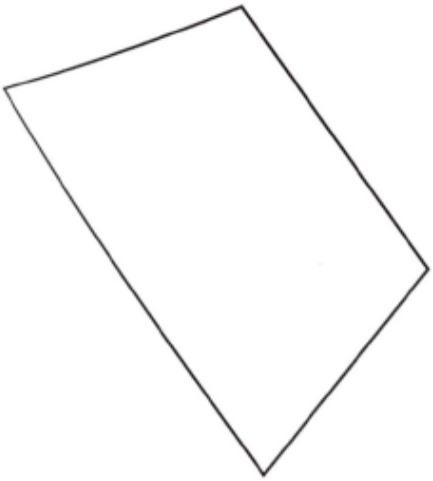


figure 3

figure 4

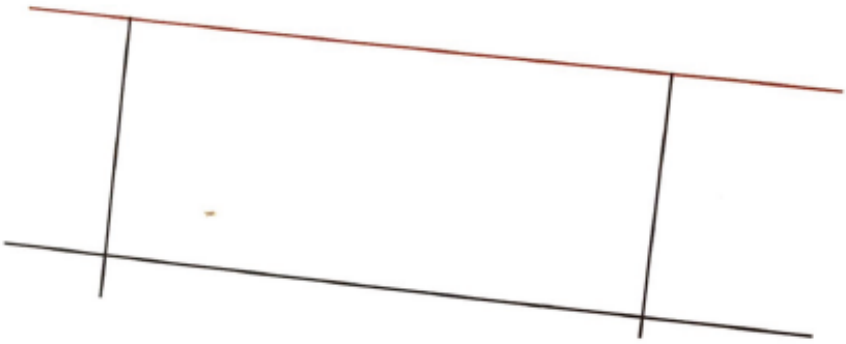
2 Dans chaque quadrilatère, trouve si des côtés sont parallèles.
Utilise tes instruments et repasse d'une même couleur les côtés qui sont parallèles.



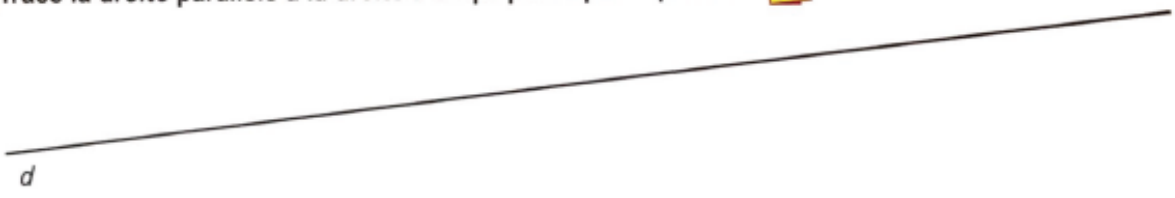
TRACER DES DROITES PARALLÈLES

3 Gaïa a voulu tracer une droite parallèle à la droite rouge. DICO 65
Tous les tracés qu'elle a faits sont en noir.

Sa construction est-elle exacte ? .....



4 **Trace la droite parallèle à la droite *d* et qui passe par le point A.** DICO 65



Pour les exercices 5 et 6, fais les constructions sur une feuille de papier blanc.

5 **Trace deux droites parallèles.** L'écartement entre les deux droites doit être 4 cm 5 mm.

6 ★ **Trace une première droite, puis trace plusieurs autres droites.**
Elles doivent toutes être parallèles à la première droite.
Les droites doivent être régulièrement espacées de 1 cm.

Réda pense qu'il est possible de tracer un polygone qui a deux côtés parallèles et seulement deux côtés perpendiculaires.
Sofia pense que ce n'est pas possible. **Qu'en penses-tu ?**

unité 6

APPRENTISSAGE 6
Droites parallèles

Connaissances travaillées

- **Droites parallèles : droites d'écartement constant**
- **Reconnaissance de droites parallèles**
- **Tracé de droites parallèles.**

C'est la première fois que les élèves rencontrent la notion de droites parallèles qui sont introduites comme étant des droites d'écartement constant. **La situation proposée prend appui sur l'évocation d'une voie de chemin de fer** car cette image contient en elle des moyens de contrôle du parallélisme avec la présence des traverses qui sont là pour maintenir un même écartement entre les rails.

Si la notion de droites parallèles est plus facile à concevoir et à appréhender perceptivement que la notion d'angle droit, sa mise en œuvre instrumentée est plus complexe. En effet, la vérification ou le tracé de deux droites parallèles nécessitent le tracé de deux perpendiculaires à l'une des droites et la vérification ou le tracé sur ces perpendiculaires de longueurs égales.

Situation phare 6 : LES SHADOKS AU TRAVAIL

La recherche peut être effectuée **sur une seule séance**, une deuxième séance est alors consacrée à des exercices d'entrainement. Elle peut aussi se faire **sur deux séances :**

– la **première séance** sera consacrée à la recherche des **questions A et B** (il s'agit de définir ce que sont deux droites parallèles et d'utiliser les instruments de géométrie pour décider si deux droites sont parallèles) suivie des exercices d'entrainement **1** et **2** ;

– la **deuxième séance** sera consacrée à la recherche des **questions C et D** (il s'agit de tracer une droite parallèle à une droite donnée) suivie des exercices **3** à **5,** et éventuellement **6.**

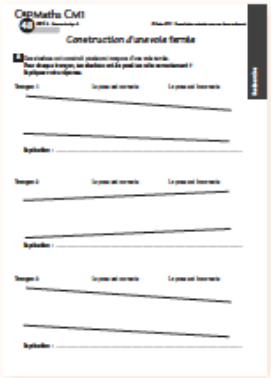
Tâche	Matériel
Les élèves doivent **d'abord** décider, sans indication de méthode, si des couples de droites qui représentent des voies de chemin de fer sont correctement tracés. **Puis**, avec leurs instruments, ils doivent décider si deux droites sont parallèles. **Enfin**, ils doivent tracer une droite parallèle à une droite donnée, connaissant soit l'écartement entre les deux droites, soit un point de la parallèle.	pour la classe : – **fiches 48, 49 et 50** sur transparent ou utilisation d'un TNI par élève : – couples de droites représentant des voies ferrées → **fiche 48 question A** – reconnaître des droites parallèles → **fiche 49 question B** – tracer des droites parallèles → **fiche 50 questions C et D** – instruments de géométrie

ÉQUIPES DE 2 ET COLLECTIF

PHASE 1 Les rails sont-ils bien posés ? FICHE 48 question A

• Préciser ce que sont les Shadoks :

➡ ***Les Shadoks*** *est une série télévisée d'animation française, sous forme d'épisodes de deux à trois minutes, qui a été diffusée entre 1968 et 1973, puis en 2000. Les Shadoks ont l'apparence d'oiseaux rondouillards possédant de longues pattes et de petites ailes ridicules. Ils sont excessivement bêtes et échouent quasiment dans tout ce qu'ils entreprennent.* Pour en savoir plus : *www.lesshadoks.com.*


CapMaths CM1

Construction d'une voie ferrée

• Distribuer la **fiche 48** et la commenter :

➡ *Sur la fiche sont dessinés trois tronçons d'une voie de chemin de fer. Les rails ont été posés par trois équipes différentes de Shadoks. Pour chaque tronçon, vous devez décider si les rails ont été posés correctement ou non.*

• Ne pas donner d'indication sur les instruments à disposition, sauf si les élèves en font la demande. Indiquer alors qu'ils peuvent utiliser tous les instruments qu'ils veulent ou ne pas en utiliser.

• Le travail se fait à deux pour permettre une première formulation des procédures de décision qui seront ensuite affinées collectivement. Observer comment font les élèves pour décider.

Les procédures possibles :

– **apprécier perceptivement :** les rails s'écartent ou se rapprochent ou, si on continue sur la voie, les rails vont se toucher ou l'écartement entre les rails reste toujours le même ;

– **placer la feuille face à soi** de façon à voir les rails qui s'éloignent de soi ;

– **utiliser une règle graduée** et mesurer l'écartement entre les deux rails en leurs extrémités ou en des points quelconques ;

– **tracer deux perpendiculaires aux rails** et, sur ces perpendiculaires, mesurer la longueur des segments déterminés par les rails (les traverses de voies ferrées peuvent suggérer cette procédure).

• Collecter pour chaque tronçon les conclusions de toutes les équipes. Il devrait y avoir accord pour les deux premiers tronçons, mais pas pour le troisième (**tronçon 1** : la pose est incorrecte, **tronçon 2** : la pose est correcte).

• Demander ensuite aux équipes comment elles ont procédé pour décider. Utiliser le support du transparent ou le TNI. Les tronçons sont étudiés dans l'ordre de leur numérotation :

– pour le **tronçon 1**, la perception suffit ;

– pour le **tronçon 2**, dans un premier temps on se satisfera de la perception ;

– pour le **tronçon 3**, la perception ne suffit pas pour conclure, c'est le recours à la mesure de l'écartement qui permet de trancher. Mais cette mesure doit être bien faite, car si l'écartement est mesuré en deux points proches sur la voie, la conclusion peut être erronée. De même si la règle est placée « de travers » ou « penchée ».

• Préciser la **technique de la mesure de l'écartement entre deux droites** en faisant le tracé sur le **tronçon 3** :

1. **Tracé avec l'équerre** d'une perpendiculaire à une des deux droites.

2. **Mesure** sur cette perpendiculaire de la longueur du segment déterminé par les deux droites.

3. **Tracé** d'une autre perpendiculaire à une des deux droites et mesure de l'écartement entre les deux droites sur cette seconde perpendiculaire.

4. Si l'écartement mesuré est le même que le premier, on peut conclure que les rails sont correctement posés.

• Demander de mettre en œuvre cette technique sur le **tronçon 2** pour confirmer la conclusion qui s'est faite à vue.

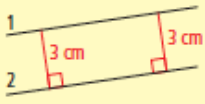
• Avant de définir ce qu'on appelle « droites parallèles », préciser :

➡ *Maintenant, nous allons oublier les voies ferrées et les rails, et nous intéresser aux deux droites tracées dans chaque cas.*

Reconnaître des droites parallèles

• Deux droites qui ni ne s'écartent, ni se rapprochent sont appelées des **droites parallèles**.
L'**écartement** entre deux droites parallèles est toujours le même, on dit qu'il est **constant**.

• Réaliser le dessin suivant au tableau en adaptant les mesures écrites :



On dit que :
Les droites 1 et 2 sont parallèles.
ou La droite 1 est parallèle à la droite 2.
ou La droite 2 est parallèle à la droite 1.

Ces trois phrases ont la même signification.

• Demander aux élèves de commenter la figure et, au besoin, préciser :

➡ *Reconnaissez-vous une figure connue ?* (réponse : un rectangle)

• Contrôler avec les instruments que les 4 angles sont droits et que les côtés opposés ont bien la même longueur. Conclure :

Deux droites parallèles sont les supports de deux côtés opposés d'un rectangle.

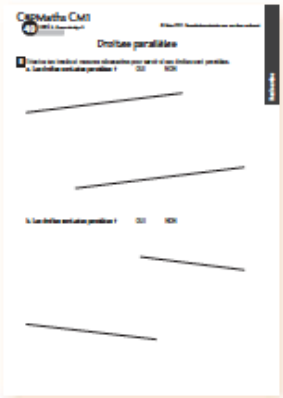
Laisser la figure au tableau.

RÉPONSES : A **tronçon 1 :** incorrecte **tronçon 2 :** correcte **tronçon 3 :** incorrecte.

INDIVIDUEL

PHASE 2 Droites parallèles ou pas ?

FICHE 49 question B



• Préciser :

➡ *Pour chaque question, vous devez utiliser vos instruments et la technique que nous venons de voir.*

• Demander à quelle conclusion arrivent les élèves pour chaque question et solliciter leurs commentaires.

Figure a : Le tracé de deux perpendiculaires, par exemple aux extrémités des traits, permet de conclure à l'égalité des écartements, à condition que les tracés et mesures soient précis.

Figure b : Les perpendiculaires qu'on trace ainsi sont trop proches et ne permettent pas de conclure avec certitude. Il faut prolonger un des traits pour pouvoir mesurer les écartements sur deux perpendiculaires plus espacées.

• Procéder aux tracés sur le transparent de la fiche ou avec le TNI, au moins pour la **question b**. Conclure :

Vérifier des droites parallèles

• **Pour savoir si deux droites sont parallèles**, il faut vérifier que l'écartement entre les deux droites est le même sur deux perpendiculaires aux droites. Ces deux perpendiculaires doivent être suffisamment espacées l'une de l'autre.

• **Un trait droit n'est qu'une partie d'une droite :** on peut le prolonger autant qu'on veut, en veillant à placer correctement le bord de la règle contre le trait.

Cette question est le prétexte pour préciser la conception de la droite à l'école primaire : trait rectiligne qu'on peut prolonger autant que de besoin.

RÉPONSES : B **a.** oui **b.** non.

INDIVIDUEL

PHASE 3 Tracé d'une parallèle à une droite connaissant l'écartement entre les 2 droites

FICHE 50 question C

• Cette question ne doit pas poser problème puisqu'il s'agit d'adapter la **technique** utilisée pour vérifier que deux droites sont parallèles :

1. **Tracé** de deux perpendiculaires à la droite donnée en deux points suffisamment éloignés l'un de l'autre.

2. **Report** sur chaque perpendiculaire d'une longueur égale à l'écartement entre les deux droites.

3. **Tracé** d'une droite passant par le point marqué sur chacune des perpendiculaires.

• Cette **technique de tracé** sera reprise en **synthèse** sur le transparent de la fiche ou sur le TNI.

INDIVIDUEL

PHASE 4 Tracé d'une parallèle à une droite passant par un point donné

FICHE 50 question D

• Cette question est plus complexe que la précédente car l'écartement entre les deux parallèles n'est pas connu, il faut le déterminer.

• En cas de difficulté, faire remarquer qu'on connait une droite et un point de la droite qui lui sera parallèle. Faire un **schéma** au tableau correspondant à la situation :

• Enchainer en demandant :

➡ *Comment faire pour connaitre l'écartement entre les deux droites ?*

Si ce questionnement ne suffit pas, demander :

➡ *Comment fait-on quand on a deux droites pour connaitre l'écartement entre elles ?*

Des élèves ne manqueront pas alors de suggérer de tracer la perpendiculaire à la droite connue qui passe par le point marqué et de mesurer sur cette perpendiculaire la distance entre le point et la droite. Cette distance est l'écartement entre les deux droites.

• Compléter le **schéma** au tableau :

• Demander ensuite aux élèves de déterminer sur leur figure quel sera l'écartement entre les deux droites et de poursuivre la construction.

• La **mise en commun** qui suit permet de dégager les deux étapes suivantes :

1. **Détermination** de l'écartement entre les deux droites (ici 52 mm). On se retrouve alors dans la configuration de la **question C** : on connait l'écartement entre les deux droites et, de plus, on connait un point de la droite parallèle. Il suffit donc d'en placer un second pour pouvoir tracer la droite.

2. **Détermination** d'un deuxième point de la droite parallèle à la droite donnée : tracé d'une perpendiculaire à la droite connue et report sur cette perpendiculaire de l'écartement entre les deux droites.

• Conclure :

Tracer des droites parallèles

• **Pour tracer une droite parallèle à une droite déjà tracée**, il faut connaitre l'écartement entre les deux droites.

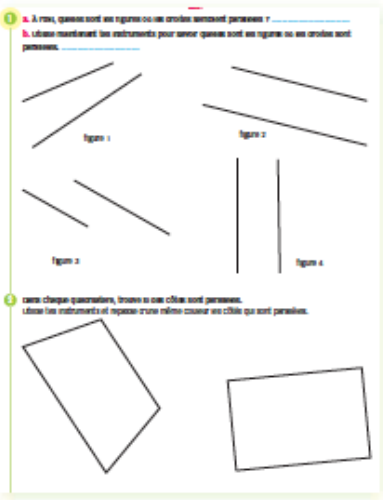
• Si on ne connait pas l'écartement entre les deux droites, mais un point de la droite parallèle, ce point est utilisé pour déterminer l'écartement.

Le tracé d'une droite parallèle à une droite et passant par un point donné est une tâche complexe car elle mobilise, d'une part, le tracé d'une droite perpendiculaire à une droite passant par un point extérieur à la droite, technique que beaucoup d'élèves ne maitrisent pas encore et, d'autre part, le tracé d'une parallèle à une droite connaissant l'écartement entre les deux droites, technique qui vient seulement d'être travaillée.

Exercices d'entrainement

CAHIER p. 53-54

Reconnaitre des droites parallèles



1 Déterminer des couples de droites parallèles.

2 Déterminer les côtés parallèles d'un quadrilatère.

EXERCICE 1

• Perceptivement, seule la **figure 1** peut être écartée. Si les droites des **figures 2** et **3** peuvent être perçues comme étant parallèles, il y a incertitude pour celles de la **figure 4**.

• Pour les **figures 2** à **4**, il faut vérifier avec les instruments que l'écartement est constant entre les deux droites, après avoir prolongé les traits sur la **figure 3**.

RÉPONSE : Les droites des **figures 2** et **3** sont parallèles.

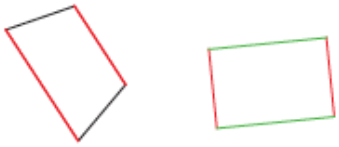
EXERCICE 2

• L'identification perceptive des côtés parallèles n'est pas difficile.

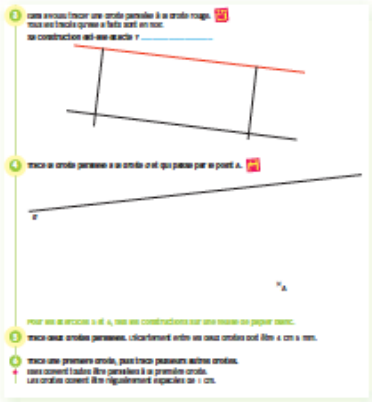
• La vérification avec les instruments sur le **trapèze** demande un peu d'attention pour tracer les perpendiculaires aux côtés.

• Dans le cas du **rectangle**, il n'est pas nécessaire de tracer de droites puisque les côtés sont perpendiculaires entre eux. Certains élèves se limiteront à tracer d'une même couleur seulement deux côtés opposés du rectangle.

RÉPONSES : Les côtés tracés d'une même couleur (sauf en noir) sont parallèles.



Tracer des droites parallèles



3 Contrôler l'exactitude du tracé d'une droite parallèle à une droite donnée.

4 Tracer une droite parallèle à une droite donnée passant par un point donné.

5 Tracer 2 droites parallèles connaissant l'écartement entre les 2 droites.

6 Tracer plusieurs droites parallèles connaissant l'écartement entre ces droites.

Pour valider les tracés des élèves, l'enseignant pourra utiliser un **guide-âne (fiche 56).** Cet outil sera présenté et utilisé par les élèves en révision de l'unité 7.

EXERCICE 3

Les élèves doivent vérifier que :
– les segments tracés en noir sont effectivement perpendiculaires à la droite tracée en rouge ;
– les écartements entre les deux droites mesurés sur ces segments ne sont pas les mêmes (25 mm et 26 mm).

RÉPONSES : Les deux droites ne sont pas parallèles.

EXERCICE 4

C'est une application directe de la technique travaillée en **phase 4 de la recherche.**

EXERCICE 5

C'est une application directe de la technique de tracé de deux droites parallèles connaissant l'écartement entre les deux droites.

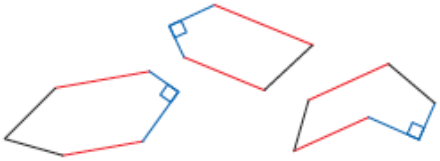
EXERCICE 6 ★

- La construction ne nécessite que le tracé de deux droites perpendiculaires à la première droite et le placement sur ces deux perpendiculaires de points régulièrement espacés de 1 cm.
- Après que les élèves ont tracé une première parallèle à la première droite, leur demander s'ils peuvent, pour tracer la deuxième parallèle, effectuer moins d'opérations qu'ils n'en ont faites pour la première.

Énigme

CAHIER p. 54

Réda pense qu'il est possible de tracer un polygone qui a deux côtés parallèles et seulement deux côtés perpendiculaires.
Sofia pense que ce n'est pas possible. Qu'en penses-tu ?

- Les élèves ont l'habitude de travailler sur des triangles et des quadrilatères. La difficulté est d'envisager d'autres polygones. Lors de la **recherche**, une aide peut consister à demander : *Qu'est-ce qu'un polygone ? Combien de côtés peut-il avoir ?*
- Quand un élève pense avoir construit un polygone qui vérifie les conditions, le confier à un autre élève pour qu'il vérifie que c'est effectivement le cas.
- Afficher les polygones qui ont été validés et constater la diversité de ceux-ci.

RÉPONSES : Exemples de polygones satisfaisant les conditions :