



HAL
open science

Fonctionnaliser la notion de compétence en la modélisant avec le concept de praxéologie

Michèle Artaud

► **To cite this version:**

Michèle Artaud. Fonctionnaliser la notion de compétence en la modélisant avec le concept de praxéologie. Seminario Internacional sobre Didáctica de las Matemáticas, Feb 2020, Lima, Pérou. hal-02976904

HAL Id: hal-02976904

<https://amu.hal.science/hal-02976904v1>

Submitted on 23 Oct 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*Conférence invitée au Séminaire de didactique des mathématiques
à l'IREM de la PUCP, Lima, Pérou
le 18 février 2020*

**Fonctionnaliser la notion de compétence
en la modélisant avec le concept de praxéologie**

Michèle Artaud

*Aix Marseille Université (INSPE)
michèle.artaud@univ-amu.fr*

1. La notion de compétence vue par le système d'enseignement secondaire des mathématiques

L'introduction de la notion de compétence dans le système d'enseignement secondaire français a été largement visible avec la promulgation du socle commun de connaissances et de compétences (MEN, 2006). Je tracerai seulement ici à grands traits les contours de ce que le système d'enseignement secondaire en dit ou en fait aujourd'hui, du point de vue des mathématiques.

La définition qui semble être prise comme référence est la suivante, extraite de l'introduction du décret définissant le socle commun de connaissances et de compétences en 2006 :

Chaque grande compétence du socle est conçue comme une combinaison de connaissances fondamentales pour notre temps, de capacités à les mettre en œuvre dans des situations variées, mais aussi d'attitudes indispensables tout au long de la vie, comme l'ouverture aux autres, le goût pour la recherche de la vérité, le respect de soi et d'autrui, la curiosité et la créativité. (MEN, 2006)

La présentation du socle commun sur le site du ministère aujourd'hui reprend de façon plus générale ce discours :

Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture présente ce que tout élève doit savoir et maîtriser à 16 ans. Il rassemble l'ensemble des connaissances, compétences, valeurs et attitudes nécessaires pour réussir sa scolarité, sa vie d'individu et de futur citoyen. (MEN, 2020)

Et le texte modifiant le socle en 2015 et en vigueur aujourd'hui explicite encore :

Une compétence est l'aptitude à mobiliser ses ressources (connaissances, capacités, attitudes) pour accomplir une tâche ou faire face à une situation complexe ou inédite. Compétences et

connaissances ne sont ainsi pas en opposition. (MEN, 2015)

Le socle est aujourd'hui séparé en cinq domaines et les mathématiques apparaissent principalement dans le domaine 1, « les langages pour penser et communiquer » et dans le domaine 4, « les systèmes naturels et les systèmes techniques ». Voici ce que l'on peut lire dans la partie explicitant le contenu du domaine 1 :

Comprendre, s'exprimer en utilisant les langages mathématiques, scientifiques et informatiques
L'élève utilise les principes du système de numération décimal et les langages formels (lettres, symboles...) propres aux mathématiques et aux disciplines scientifiques, notamment pour effectuer des calculs et modéliser des situations. Il lit des plans, se repère sur des cartes. Il produit et utilise des représentations d'objets, d'expériences, de phénomènes naturels tels que schémas, croquis, maquettes, patrons ou figures géométriques. Il lit, interprète, commente, produit des tableaux, des graphiques et des diagrammes organisant des données de natures diverses.

Il sait que des langages informatiques sont utilisés pour programmer des outils numériques et réaliser des traitements automatiques de données. Il connaît les principes de base de l'algorithmique et de la conception des programmes informatiques. Il les met en œuvre pour créer des applications simples. (MEN, 2015)

On voit nettement que le discours proposé trace les contours de ce qu'il y a à savoir de manière assez peu précise, voire floue : quels types de situations doit-on modéliser ? Quels modèles algébriques par exemple doit-on manipuler ? Quel type de travail du modèle ?

Le contenu du domaine 4 n'est pas plus explicite, même si on y apprend par exemple que parmi les situations modélisées se trouvent les situations de proportionnalité :

L'élève comprend que les mathématiques permettent de développer une représentation scientifique des phénomènes, qu'elles offrent des outils de modélisation, qu'elles se nourrissent des questions posées par les autres domaines de connaissance et les nourrissent en retour.

(...)

L'élève pratique le calcul, mental et écrit, exact et approché, il estime et contrôle les résultats, notamment en utilisant les ordres de grandeur. Il résout des problèmes impliquant des grandeurs variées (géométriques, physiques, économiques...), en particulier des situations de proportionnalité. Il interprète des résultats statistiques et les représente graphiquement. (*Ibid.*)

Bien entendu, cette délimitation du contenu va être précisée par les programmes et les documents ressources mais les précisions restent limitées. Les programmes de mathématiques sont organisés aujourd'hui autour de six grandes « compétences », qui sont nommées « chercher, modéliser, représenter, calculer, raisonner et communiquer ». On trouvera ci-après le contenu de la compétence « calculer » pour le cycle 4 (élèves de 12 à 15 ans) :

- calculer avec des nombres rationnels, de manière exacte ou approchée, en combinant de façon appropriée le calcul mental, le calcul posé et le calcul instrumenté (calculatrice ou logiciel) ;
- contrôler la vraisemblance de ses résultats, notamment en estimant des ordres de grandeur ou en utilisant des encadrements ;

- calculer en utilisant le langage algébrique (lettres, symboles, etc.).

On ne sait pas ce qu'il s'agit de calculer, ni véritablement comment. Il manque une façon *fonctionnelle* de lier l'étude de savoirs à la formation des compétences, tout comme des outils pour analyser précisément ces compétences même quand celles-ci sont décrites en termes de capacités et connaissances. C'est pourquoi nous utilisons depuis plusieurs années le concept de praxéologie pour penser et modéliser la notion de compétence.

2. Le concept de praxéologie

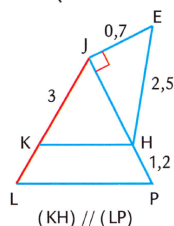
Né en TAD il y a presque trente ans (Chevallard 1992, 1999, 2007), ce concept permet de modéliser l'activité humaine sous la forme de quatre composantes fonctionnellement liées : des types de tâches, qui sont des ensembles de tâches du même type que l'on a à accomplir ; des techniques, « manières de faire » qui permettent d'accomplir les types de tâches ; des technologies, discours justificatifs sur les techniques qui permettent également de les produire et de les rendre intelligibles ; des théories enfin qui justifient et fondent les technologies. Nous le présenterons à partir d'un exemple mathématique, celui du théorème de Thalès en classe de 4^e (élèves de 13-14 ans), qui n'est au programme dans cette classe que dans la configuration des triangles dits « emboîtés » et dont on peut donner l'énoncé suivant :

Dans un triangle ABC, le point M appartient au côté [AB] et le point N appartient au côté [AC]. Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors on a les égalités $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

Déterminer une longueur est le type de tâches principal de la praxéologie mathématique relative au théorème de Thalès au programme de la classe, que cette détermination relève d'un calcul ou de l'égalité à une longueur supposée connue. On peut donc scinder le type de tâches *Déterminer une longueur* en deux sous-type de tâches : *Calculer une longueur* ; *Montrer qu'une longueur est égale à une longueur connue*.

On notera que, d'une part, « utiliser le théorème de Thalès » n'est pas un bon type de tâches à découper du point de vue des mathématiques à enseigner : si on demande à quelqu'un d'utiliser le théorème, sa réponse pourra être à bon droit « pour faire quoi ? », sauf s'il en train de faire quelque chose ; dans ce cas, c'est davantage une indication d'un élément permettant de produire un ingrédient de technique. D'autre part, il est essentiel de parler de *types* de tâches, même si, bien entendu, on y accédera par certains spécimens, certaines tâches du type.

58 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer JL. (Les mesures sont en cm.)



60 En utilisant les informations portées sur la figure, calculer l'arrondi à 0,1 près de AE. (Les mesures sont en cm.)

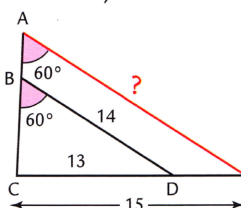


Figure 1 : Deux spécimens du type de tâches *Déterminer une longueur* (Chapiron et al., 2011, p. 233)

Le deuxième ingrédient, on l'a dit, consiste en des *techniques* (manières de faire) qui permettent d'accomplir les types de tâches ; une technique relative au type de tâches T_ℓ qui consiste à « calculer une longueur » peut s'analyser ainsi :

τ_ℓ : mettre en évidence la longueur cherchée comme longueur inconnue ℓ d'une configuration de Thalès ; écrire les égalités de rapports provenant de la propriété de Thalès dans le triangle et en choisir une contenant ℓ et trois autres longueurs connues ; résoudre l'équation en ℓ ainsi obtenue.

De même que le découpage des types de tâches ne va pas de soi, l'*analyse des techniques* n'est *pas* un type de problèmes qui est *transparent*. En particulier, elle dépend de ce qui est supposé connu (ici par exemple on suppose que l'on sait résoudre une équation du premier degré à une inconnue). On peut *a priori* donner plusieurs techniques pour un même type de tâches, ces techniques pouvant être différentes d'au moins deux manières : par leur analyse ou par les éléments qui les justifient (voir *infra*).

Par exemple, pour le type de tâches T_ℓ , on pourrait également donner la technique suivante :

τ'_ℓ : mettre en évidence la longueur cherchée comme côté d'un triangle rectangle dont on connaît les deux autres cotés. Écrire l'égalité de Pythagore dans ce triangle et en déduire la longueur cherchée.

Cette technique, on le voit, diffère de la précédente parce qu'elle s'appuie sur le théorème de Pythagore mais aussi parce qu'elle n'a pas la même portée, c'est-à-dire qu'elle ne permet pas de résoudre les mêmes spécimens du type de tâches T_ℓ . On peut dès lors être amené à spécifier davantage T_ℓ , en le découpant en sous-types de tâches : calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle connaissant les deux autres ; calculer la longueur d'un segment porté par le côté d'un triangle déterminé par deux parallèles coupant deux demi-droites de même origine, etc. On retrouve la question de la détermination d'un découpage pertinent en type de tâches : la manière de prendre en charge cette question de façon à satisfaire un certain nombre de conditions et de contraintes de fonctionnement des institutions – et notamment des institutions scolaires –, mais aussi à créer des conditions favorables à l'étude, est un point essentiel (Artaud, 2010, 2018, 2019).

Une praxéologie comporte encore une ou plusieurs *technologies*, discours qui justifient, produisent, rendent intelligibles les techniques. Pour notre exemple, la technologie repose principalement sur une propriété dont on peut donner l'énoncé suivant :

θ_{Th} . Dans un triangle ABC, le point M appartient au côté [AB] et le point N appartient au côté [AC]. Si les droites (MN) et (BC) sont parallèles, alors on a les égalités

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} .$$

Le commentaire fait plus haut à propos de la différence des deux techniques énoncées peut être reformulé : elles sont différentes parce qu'elles ne sont pas justifiées par la même technologie. On notera que le fait de voir « le théorème de Pythagore » et « le théorème de Thalès » comme faisant partie de deux technologies distinctes relativement au type de tâches considéré n'est pas une nécessité intrinsèque, mais une réalité de praxéologies existantes dans

les classes de 4^e. Si une technique amalgamant les deux techniques τ_ℓ et τ'_ℓ existait, du tue de celle proposée dans la figure 3, la technologie comprendrait à la fois le théorème de Thalès et le théorème de Pythagore.

Si la longueur cherchée est une longueur inconnue ℓ d'une configuration de Thalès, le mettre en évidence ; écrire les égalités de rapports provenant de la propriété de Thalès dans le triangle et en choisir une contenant ℓ et trois autres longueurs connues ; résoudre l'équation en ℓ ainsi obtenue.

Si la longueur cherchée est un côté d'un triangle rectangle dont on connaît les deux autres cotés, le mettre en évidence. Écrire l'égalité de Pythagore dans ce triangle et en déduire la longueur cherchée.

Figure 3 : Une technique amalgamant τ_ℓ et τ'_ℓ .

La *technologie* « complète » θ de τ doit comporter, bien entendu, une *justification* des propriétés clés. On peut envisager une justification qui articule le point de vue expérimental et le point de vue déductif : on expérimente avec un logiciel de géométrie dynamique de manière à vérifier que la propriété est vraie dans l'espace sensible ; on déduit cette propriété d'autres qui sont connues en suivant par exemple le schéma déductif suivant (qui pourrait être simplifié) extrait d'un ouvrage pour la classe de 4^e (Audren et al., 2007, pp. 178-179) :

On veut démontrer la propriété de Thalès dans le triangle ABC. Le point E appartient au segment [AC] et le point D au segment [AB] tels que les droites (DE) et (BC) sont parallèles. Les points F et I sont les pieds des hauteurs issues du point E respectivement dans les triangles ADE et EBC. Les points G et H sont les pieds des hauteurs issues du point D respectivement dans les triangles ADC et BDC.

a Exprimer les aires des triangles ADE et ADC en fonction de DG, puis démontrer que : $\frac{\text{Aire}_{ADE}}{\text{Aire}_{ADC}} = \frac{AE}{AC}$.

b Démontrer de même que : $\frac{\text{Aire}_{ADE}}{\text{Aire}_{ABE}} = \frac{AD}{AB}$.

c Démontrer que $\text{Aire}_{DBC} = \text{Aire}_{BEC}$. Que peut-on en déduire pour les aires des triangles ABE et ADC ?

d Déduire des questions précédentes que $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB}$.

e J est un point du segment [BC] tel que les droites (DJ) et (AC) sont parallèles. Faire une figure, puis en s'inspirant de la méthode précédente, démontrer que : $\frac{BD}{BA} = \frac{BJ}{BC}$.

f En exprimant BD en fonction de AD et AB, puis BJ en fonction de JC et BC, démontrer que $\frac{AD}{AB} = \frac{JC}{BC}$.

g Démontrer que $JC = DE$, puis en déduire que : $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$.

Figure 2 :Un schéma déductif de la propriété de Thalès θ_{th}

La dernière composante est une *théorie*, voire plusieurs, discours qui justifie, produit, rend intelligible la ou les technologies. On notera que la ou les théorie(s) constitue(nt) en quelque sorte un horizon de l'activité mathématique observée, ce qui ne veut pas dire que les professeurs – et a fortiori les chercheurs – doivent s'affranchir de l'analyser, bien au contraire. La technologie envisagée précédemment s'appuie par exemple sur les aires, et notamment le fait que l'aire d'un triangle est le produit de la moitié de sa base par sa hauteur ou encore que l'aire de la réunion de deux polygones quasi-disjoints est la somme des aires de ces polygones, ainsi que sur un ingrédient lié à l'utilisation des TICE : une propriété qui s'avère

vraie par une expérimentation avec un logiciel de géométrie dynamique est réputée vraie dans l'espace sensible et peut être ajoutée à la théorie géométrique disponible, en tant qu'axiome (si elle est admise) ou théorème (si elle est déduite).

Un tel ensemble $[T_{i,j,k} / \tau_{i,j,k} / \theta_{j,k} / \Theta_k]$ constitue une *praxéologie* : le bloc $[T_{i,j,k} / \tau_{i,j,k}]$ constitue la *praxis*, le savoir-faire tandis que le bloc $[\theta_{j,k} / \Theta_k]$ constitue *le logos*, le savoir de cette praxéologie. On parle de praxéologie mathématique ici car le type de tâches dont il est question relève des mathématiques ; mais on pourra parler tout aussi bien de praxéologie physique, historique, orthographique, athlétique, ou culinaire, etc. ou encore *didactique* lorsque le *type de tâches* envisagé est un type de tâches d'*étude ou de direction d'étude*.

3. Compétences et praxéologies

Les considérations qui suivent valent pour tout type de compétences et de praxéologies mais nous les illustrerons dans cette partie pour simplifier notre propos par des exemples en mathématiques.

Nous considérons une compétence comme un moyen métonymique du système pour désigner une praxéologie : cette désignation métonymique prend appui soit sur un élément emblématique de la technologie, voire de la théorie, qui est alors désigné à connaître et/ou à utiliser, soit des types de tâches assez grossièrement découpés qu'il y a à accomplir. À cet égard, on retrouve principalement dans les connaissances des éléments technologiques voire théoriques et dans les capacités des types de tâches plus ou moins accompagnés d'ingrédients vagues de techniques. Considérons le programme du cycle 4 relatif à la géométrie plane (MEN, 2018).

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

Connaissances

- caractérisation angulaire du parallélisme : angles alternes internes, angles correspondants ;
- triangle :
 - somme des angles d'un triangle (démonstration possible en utilisant les angles correspondants) ;
 - hauteurs et médiatrices ;
 - inégalité triangulaire ;
 - cas d'égalité des triangles ;
 - triangles semblables (une définition et une propriété caractéristique).
- parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique) ;
- le théorème de Thalès et sa réciproque (configurations des triangles emboîtés et du papillon) ;
- le théorème de Pythagore et sa réciproque ;
- lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente.

Compétences associées

- mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique ;
- faire le lien entre les cas d'égalité des triangles et la construction d'un triangle à partir de la donnée de longueurs des côtés et/ou de mesures d'angles ;
- comprendre l'effet d'une translation, d'une symétrie (axiale et centrale), d'une rotation, d'une homothétie sur une figure ;
- mobiliser les connaissances des figures, des configurations et des transformations au programme pour déterminer des grandeurs géométriques ;
- mener des raisonnements et s'initier à la démonstration en utilisant les propriétés des figures, des configurations et des transformations.

Les définitions ponctuelles d'une rotation, d'une translation, d'une homothétie ne figurent pas au programme.

À l'issue d'activités rituelles de construction et de verbalisation des procédures et la résolution de problèmes, effectuées tout au long du cycle, les élèves doivent avoir mémorisé des images mentales (configurations de Pythagore et de Thalès, lignes trigonométriques dans un triangle rectangle) et automatisé les procédures de repérage et de constructions géométriques liées aux figures et aux transformations du programme.

Les connaissances indiquent exclusivement des ingrédients technologiques : « hauteurs et médiatrices ; inégalité triangulaire » par exemple, tout en étant très vague sur le contenu à donner à certains éléments, comme par exemple sur le parallélogramme : « parallélogramme (une définition et une propriété caractéristique) ».

Les compétences associées sont un peu plus contrastées : la première est désignée par un type de tâches assez large « mettre en œuvre ou écrire un protocole de construction d'une figure géométrique » tandis que « mobiliser les connaissances des figures, des configurations et des transformations au programme pour déterminer des grandeurs géométriques » contient à la fois un type de tâches « déterminer des grandeurs géométriques » et des ingrédients technologico-théoriques permettant de produire, de justifier, une technique relative à ce type de tâches.

Par contraste, la modélisation en termes de praxéologies fournit d'abord (mais pas seulement, on l'a dit) un réseau de types de tâches liés entre eux par l'amalgamation des praxéologies locales (Artaud, 2010), réseau autour duquel va s'organiser la matière à étudier. Par exemple, on peut envisager le réseau suivant relatif aux compétences géométriques de fin de collège, qui couvre l'essentiel du programme.

Étudier une configuration du plan ou de l'espace

Construire une figure

Déterminer une longueur (Calculer une longueur ; Montrer qu'elle est égale à une longueur donnée)

Déterminer la nature d'un quadrilatère ou d'un triangle

Déterminer un angle

Montrer que deux droites sont parallèles

Montrer que deux droites sont perpendiculaires

Montrer que deux segments ont même milieu

Montrer que deux droites sont concourantes

Les types de tâches ont volontairement été formulés de manière large, les précisions nécessaires étant apportées par les analyses des techniques puis par l'environnement technologico-théorique, comme on l'a vu précédemment dans l'exemple du théorème de Thalès.

Les attitudes sont quant à elles généralement des types de tâches peu spécifiés dont l'accomplissement doit être manifesté par la mise en œuvre des praxéologies mathématiques à étudiées, ou leur étude, ou encore dont une maîtrise partielle s'obtient par l'étude des praxéologies mathématiques. Par exemple, « respecter la vérité rationnellement établie » est un type de tâches dont on doit reconnaître l'accomplissement dans le travail mathématique effectué par les élèves : devant une assertion que l'on reconnaît comme relevant des mathématiques, on la mettra à l'épreuve, ce qui amènera à engager une démarche de validation de nature expérimentale et/ou déductive, et on se fiera à son résultat, même lorsque celui-ci ira à l'encontre de son idée première.

Le travail à réaliser pour analyser une compétence mathématique en termes de praxéologies et son intérêt ont fait l'objet d'une communication à laquelle nous renvoyons le lecteur intéressé (Crumière & Artaud, 2013), et l'utilisation de la notion de praxéologie mathématique pour modéliser les mathématiques à enseigner a fait l'objet de nombreuses études (voir par exemple Cirade 2006 ; Cirade et al. (2017) et Artaud, 2018 & 2019). Nous poursuivrons ici en développant quelques éléments à propos des compétences d'étude et de direction d'étude.

4. Compétences professionnelles des enseignants et praxéologies didactiques

Le cahier des charges de la formation des maîtres publié en 2007 (MEN, 2007) s'organise autour des dix compétences professionnelles suivantes :

- Agir en fonctionnaire de l'État et de façon éthique et responsable ;

- Maîtriser la langue française pour enseigner et communiquer ;
- Maîtriser les disciplines et avoir une bonne culture générale ;
- Concevoir et mettre en œuvre son enseignement ;
- Organiser le travail de la classe ;
- Prendre en compte la diversité des élèves ;
- Évaluer les élèves ;
- Maîtriser les technologies de l'information et de la communication ;
- Travailler en équipe et coopérer avec les parents et les partenaires de l'école.

On y retrouve chacune des compétences explicitée en une liste de « connaissances », « capacités », « attitudes » de la même manière que pour celles du socle commun et avec les mêmes écueils. La compétence « organiser le travail de la classe » est détaillée ainsi :

Le professeur sait faire progresser une classe aussi bien dans la maîtrise des connaissances, des capacités et des attitudes que dans le respect des règles de la vie en société ; ses exigences portent sur les comportements et il fait en sorte que les élèves attachent de la valeur au travail personnel et collectif.

Connaissances

Le professeur maîtrise des connaissances relatives à la gestion des groupes et des conflits.

Capacités

Le professeur est capable :

- de prendre en charge un groupe ou une classe, de faire face aux conflits, de développer la participation et la coopération entre élèves ;
- d'organiser l'espace et le temps scolaire en fonction des activités prévues ;
- d'organiser les différents moments d'une séquence ;
- d'adapter les formes d'interventions et de communication aux types de situations et d'activités prévues (postures, place, interventions, vérification des consignes, etc.).

Attitudes

Dans toute situation d'enseignement, le professeur veille à instaurer un cadre de travail permettant l'exercice serein des activités. (*Ibid.*)

Le lien entre cette compétence et les connaissances et les savoirs est fort ténu, et cela d'un double point de vue. D'une part, l'environnement technologico-théorique relatif aux principaux types de tâches n'est pas identifié : ce n'est à l'évidence pas les « connaissances relatives à la gestion des groupes et des conflits » qui vont permettre, seules, de produire une technique pour « organiser l'espace et le temps scolaire en fonction des activités prévues » ou encore « organiser les différents moments d'une séquence ». D'autre part, l'assujettissement de l'organisation du travail de la classe à la nature des praxéologies de savoir à l'étude est pour l'essentiel ignoré puisque le lien organique entre la conception et la mise en œuvre de l'enseignement et l'organisation du travail de la classe n'est pas mentionné. À cet égard, les compétences proposées peuvent s'organiser autour du type de tâches concevoir et mettre en œuvre son enseignement : une technique pour l'accomplir nécessite en effet de maîtriser la langue française, d'agir en fonctionnaire de l'État, de maîtriser sa discipline et d'en connaître d'autres, de prendre en compte la diversité des élèves, d'organiser le travail de la classe, de

maîtriser les TICE, d'évaluer les élèves, de travailler en équipe et de coopérer avec les parents et les partenaires de l'école, et encore de se former et d'innover. Mais on voit que cet inventaire est loin de fournir même une esquisse de technique relative à ce type de tâches en raison de la non-fonctionnalisation des compétences, prises comme des isolats, et dont le découpage est peu pertinent. Comme dans le cas des praxéologies de savoir à étudier, on se trouve ici devant deux voies au moins :

- une spécification plus grande des types de tâches qui conduirait, par exemple, à distinguer la maîtrise des TICE pour élaborer des documents pour la classe, pour faire émerger une organisation de savoir, ou encore pour élaborer une technique, pour faire émerger une technologie, etc. ;
- la mise en forme de techniques qui prennent en charge de manière articulée cette spécification en la recomposant autour du type de tâches de conception et mise en œuvre d'un enseignement.

C'est la deuxième voie qui nous paraît la première à devoir être suivie pour que la fonctionnalisation ait quelque chance de contrebattre une contrainte forte, du niveau de la société au moins, qui donne le primat aux structures (Artaud, 2007 & 2011). Cette deuxième voie conduit à rassembler les compétences professionnelles professorales autour des six fonctions didactiques suivantes : rencontrer (pour la première fois) une praxéologie ; explorer son ou ses types de tâches ; produire son environnement technologico-théorique ; travailler cette praxéologie ; l'institutionnaliser ; l'évaluer (Chevallard, 1999, 2007). Les compétences, y compris les moins spécifiques des praxéologies à étudier, viennent concourir à la réalisation de ces fonctions de l'étude, nommées en TAD les *moments* de l'étude (Chevallard, 1999, 2007). Voyons cela pour terminer en prenant comme point d'appui la fonction didactique d'institutionnalisation et en considérant *une* technique qui répond aux conditions et contraintes actuelles de l'enseignement des mathématiques en France.

Cette technique s'articule autour de deux grands dispositifs : des bilans d'étapes qui fixent provisoirement les éléments de la praxéologie mathématique qui viennent d'émerger ; une synthèse qui met en forme la praxéologie qui a émergé en l'amalgamant aux praxéologies déjà connues. Un certain nombre de type de tâches vont donc devoir être accomplis dans la position de professeur ou d'élève parmi lesquels on peut citer de manière non exhaustive : identifier et formuler un type de tâches, formuler une technique relative à un type de tâches, mettre en forme une technologie, et notamment en mathématiques une démonstration ou une justification expérimentale, ou encore prévoir la place de la synthèse dans la séquence, donner la préparation de la synthèse à effectuer hors classe. Examinons alors rapidement quelques-uns de ces types de tâches.

La mise en forme d'une technologie par exemple supposera un travail sur la langue qui relèvera de la compétence « maîtriser la langue française » pour le professeur mais encore, pour l'élève, de la compétence « communiquer » pour par exemple « expliquer à l'oral ou à l'écrit (sa démarche, son raisonnement, un calcul, un protocole de construction géométrique, un algorithme), comprendre les explications d'un autre et argumenter dans l'échange » (MEN,

2018) ; mais aussi d'un travail sur le raisonnement et la logique relevant de « Raisonner » pour par exemple « démontrer : utiliser un raisonnement logique et des règles établies (propriétés, théorèmes, formules) pour parvenir à une conclusion ; fonder et défendre ses jugements en s'appuyant sur des résultats établis et sur sa maîtrise de l'argumentation » (MEN, 2018). Donner la préparation de la synthèse hors classe pourra amener le professeur à coopérer avec les parents ou l'équipe pédagogique, notamment si le devoir n'est pas fait ou encore en début d'année pour expliciter le dispositif choisi.

Un dispositif pour réaliser la synthèse en classe (ou hors classe d'ailleurs) pourra prendre appui sur les TICE, notamment pour avoir les bilans d'étapes accessibles dans un fichier texte afin de les organiser et les reformuler dynamiquement mais aussi pour que le produit du travail collectif (ou individuel) soit ensuite distribué aux élèves, ce qui permet en certains cas d'éviter les recopies inutiles.

Prévoir la place de la synthèse dans la séquence demandera de prévoir éventuellement la réalisation de la synthèse hors classe, mais aussi de la placer suffisamment tard à la fois pour que le travail de la praxéologie ait avancé et que l'amalgamation aux praxéologies antérieurement produites puisse s'effectuer mais encore pour que le *topos*¹ de l'élève (Chevallard, 1985) puisse être suffisamment développé.

Le concept de praxéologie permet ainsi de produire des techniques pour penser de façon fonctionnelle la notion de compétence en liant organiquement savoir et savoir-faire. Déclarer que « X a atteint la compétence C » signifie alors que X sait accomplir certains types de tâches selon les techniques en vigueur dans l'institution dont il est le sujet, ces techniques étant justifiées ou produites par un savoir déterminé. Bien entendu, le travail d'élucidation des praxéologies pertinentes, et notamment des praxéologies didactiques, est un vaste domaine de recherche sur lequel il y a encore beaucoup à faire bien que des résultats significatifs aient été obtenus ces dernières années.

5. Références

Artaud, M. (2007). La TAD comme théorie pour la formation des professeurs. Structures et fonctions. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Éds), *Sociedad, escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 241-259). Jaén, Espagne : Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Artaud, M. (2010). Conditions de diffusion de la TAD dans le continent didactique. Les techniques d'analyse de praxéologies comme pierre de touche. In A. Bronner et al. (Éds), *Diffuser les mathématiques (et les autres savoirs) comme outils de connaissance et d'action* (pp. 227-248). Montpellier : IUFM.

Artaud, M. (2011). Les moments de l'étude : un point d'arrêt de la diffusion ? Dans M. Bosch et al. (Éds), *Un panorama de la TAD* (pp. 141-162). Barcelone, Espagne : CRM.

Artaud, M. (2018). Constituir uma organização matemática e uma organização do estudo – Praxeologias para o professor, praxeologias para o pesquisador e sua ecologia. In S. Ag Almouloud, L.M. Santos Farias & A. Henrique *A Teoria Antropológica Do Didático: Princípios e Fundamentos*, (pp. 95–127), Curitiba, Brésil : CRV.

¹. Le *topos* d'une instance est le « lieu » où elle agit en autonomie didactique, soit encore l'ensemble des gestes qu'elle accomplit en autonomie didactique.

Artaud, M. (2019). Des liens entre l'organisation de savoir et l'organisation de l'étude dans l'analyse praxéologique. *Educação Matemática Pesquisa*, 21 (4) (248-264).
<https://revistas.pucsp.br/emp/article/view/42584>

Audren, H. et al. (2007). *Maths 4^e*. Paris : Bréal.

Chapiron, G. et al. (2011). *Mathématiques, 4^e*. Paris : Hatier.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique. Du savoir savant au avoir enseigné*. Grenoble : La pensée sauvage.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique : perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-112.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(2), 221-266.

Chevallard, Y. (2007). Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. Dans L. Ruiz-Higueras, A. Estepa & F. J. García (Éds), *Sociedad, Escuela y matemáticas. Aportaciones de la teoría antropológica de lo didáctico (TAD)* (pp. 705-746). Jaén, Espagne : Publicaciones de la Universidad de Jaén.

Cirade, G. (2006). *Devenir professeur de mathématiques : entre problèmes de la profession et formation en IUFM. Les mathématiques comme problème professionnel* (Thèse de doctorat). Université Aix-Marseille 1. <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00120709>

Cirade G., Artaud M., Bosch, M., Bourgade, J.-P., Chevallard, Y., Ladage, C. & Sierra, T. A. (Éds). (2017). *Évolutions contemporaines du rapport aux mathématiques et aux autres savoirs à l'école et dans la société*. <https://citad4.sciencesconf.org>

Crumière, A. et Artaud, M. (2013). La question de l'analyse des compétences en mathématiques : le cas des probabilités au collège. Communication au *Troisième colloque international de l'Association pour des Recherches Comparatistes en Didactique, Marseille, 9-13 janvier 2013*.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2006a). Socle commun de connaissances et de compétences. *Bulletin Officiel n°29* du 20 juillet 2006. Disponible sur Internet : <http://www.education.gouv.fr/bo/2006/29/MENE0601554D.htm>.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2007). Cahier des charges formation des maîtres en institut universitaire de la formation des maîtres. *Bulletin Officiel n°1* du 4 janvier 2007. Disponible sur Internet : <http://www.education.gouv.fr/bo/2007/1/MENS0603181A.htm>.

Ministère de l'Éducation Nationale. (2008). Programmes du collège. Programmes de l'enseignement de mathématiques. *Bulletin Officiel spécial n°6* du 28 août 2008. Disponible sur Internet : http://media.education.gouv.fr/file/special_6/52/5/Programme_math_33525.pdf

Ministère de l'Éducation Nationale. (2015). Socle commun de connaissances, de compétences et de culture. *Bulletin Officiel n°17* du 23 avril 2015. Disponible sur Internet : <https://www.education.gouv.fr/bo/15/Hebdo17/MENE1506516D.htm>

Ministère de l'Éducation Nationale. (2018). Programmes d'enseignement. Cycle des apprentissages fondamentaux (cycle 2), cycle de consolidation (cycle 3) et cycle des approfondissements (cycle 4) : modification. Annexe 3 : cycle des approfondissements (cycle 4). *Bulletin Officiel n°30* du 26 juillet 2018. Disponible sur Internet : <https://www.education.gouv.fr/bo/18/Hebdo30/MENE1820169A.htm>

Ministère de l'Éducation Nationale. (2020). *Le socle commun de connaissances, de compétences et de culture*.

<https://www.education.gouv.fr/le-socle-commun-de-connaissances-de-competences-et-de-culture-12512>. Consulté le 8 mars 2020.