



HAL
open science

IMPACT DU LANGAGE DE L'ENSEIGNANT SUR LES RELATIONS ENTRE LES ELEVES ET LE MILIEU DANS UNE SITUATION D'ACTION EN GEOMETRIE

Claire Guille-Biel Winder

► **To cite this version:**

Claire Guille-Biel Winder. IMPACT DU LANGAGE DE L'ENSEIGNANT SUR LES RELATIONS ENTRE LES ELEVES ET LE MILIEU DANS UNE SITUATION D'ACTION EN GEOMETRIE. Recherches en Didactiques des Mathématiques, A paraître, 41 (1). hal-03169994

HAL Id: hal-03169994

<https://amu.hal.science/hal-03169994>

Submitted on 15 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

IMPACT DU LANGAGE DE L'ENSEIGNANT SUR LES
RELATIONS ENTRE LES ELEVES ET LE MILIEU DANS UNE
SITUATION D'ACTION EN GEOMETRIE

Claire Guille-Biel Winder *

IMPACT OF TEACHER LANGUAGE ON STUDENT-MILIEU
RELATIONSHIPS DURING A SITUATION OF ACTION IN GEOMETRY

Abstract – In this article we study the teacher's language interactions with his students during two implementations in first year of primary school (1st grade, 6-7 years old pupils) of the same situation of action (in the sense of the Theory of Didactic Situations). More specifically we question the impact of the teacher's language on the interactions between pupils and the milieu, in connection with the possible apprehensions of a figure. This research is thus connected with works in geometry about construction and observation of teaching situations designed to develop the cognitive apprehension of figures.

Key words: geometry, primary school, language, theory of didactical situations, milieu, cognitive apprehension of geometrical figures

TITRE DE L'ARTICLE EN ESPAGNOL (STYLE RESUME TITRE)

Resumen – Texte espagnol du résumé (style resume texte)

Palabras-claves: en espagnol sans majuscule séparés par des virgules

RESUME

Dans cet article, nous étudions les interactions langagières de l'enseignant avec ses élèves au cours de deux mises en œuvre en CP (première année de primaire, 6-7 ans) d'une même situation d'action (au sens de la Théorie des Situations Didactiques). Plus précisément nous interrogeons l'impact du langage de l'enseignant sur les relations entre les élèves et le milieu, en lien avec les différentes appréhensions d'une figure. Cette recherche entre ainsi en résonance avec les travaux en géométrie portant sur la construction et l'observation dans des classes de situations d'enseignement visant à faire évoluer le rapport aux figures.

* ADEF (UR 4671), Aix-Marseille Université, claire.winder@univ-amu.fr
Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol., n° pp.1- , 200

Mots-Clés : géométrie, école primaire, langage, théorie des situations didactiques, milieu, rapport aux figures.

INTRODUCTION

En 2013, Rebière plaide pour que les disciplines pensent les pratiques langagières « comme constitutives d'acculturation et d'acquisition » (Rebière, 2013, p.232) et depuis quelques années différents travaux s'intéressent au rôle du langage dans l'apprentissage de la géométrie à l'école – citons notamment Duval (2003), Duval et Godin (2005), Celi et Perrin-Glorian (2014), Bulf, Mathé et Mithalal (2011, 2014, 2015), Mathé et Mithalal (2019). En accord avec Rebière, nous considérons que le langage correspond à la mise en activité de la langue portant une intentionnalité, la langue étant « à la fois la 'langue de chacun', le matériau (...) [et] celle de la communauté dont l'organisation des signes relève de la grammaire » (Op. cité, p.221). Le langage est vu comme une action propre à un sujet singulier et situé dans un contexte particulier.

Dans cet article, nous interrogeons la manière dont le langage verbal de l'enseignant intervient dans deux mises en œuvre d'une même situation d'action en CP (première année de primaire, 6-7 ans). Nous reprenons à notre compte l'hypothèse que « les interactions langagières mêlent étroitement le contenu mathématique visé, le milieu de la situation et le rapport supposé ou effectif des élèves à ce contenu et à ce milieu » (Bosch & Perrin-Glorian, 2013, p.282). Nous portons donc attention à ces trois éléments en nous interrogeant plus précisément sur l'impact que peut avoir le langage de l'enseignant sur les relations entre les élèves et le milieu. Nous menons notre étude selon deux directions. D'une part nous analysons le langage des enseignants comme moyen d'enseignement / apprentissage et son rôle dans l'émergence des savoirs mathématiques. À un grain plus fin, nous étudions son impact dans la dynamique des niveaux de milieu en lien avec les différentes appréhensions possibles d'une figure (Duval, 1988, 1994, 1995).

Nous présentons tout d'abord les éléments théoriques et les outils méthodologiques retenus ainsi que le contexte de l'expérimentation. Nous exposons ensuite la situation générique, au sens de la Théorie des Situations Didactiques (Brousseau, 1998). Puis nous apportons des éléments d'analyse *a priori* en nous plaçant d'abord au niveau de la situation générique, puis à une échelle « locale » (variables et modalités fixées), à laquelle correspondent les expérimentations étudiées. Nous réalisons enfin les analyses *a posteriori* à partir des transcriptions des mises en œuvre réalisées dans les deux classes.

ELEMENTS THEORIQUES, METHODOLOGIQUES ET CONTEXTUELS

Notre étude est menée dans le cadre de la Théorie des Situations Didactiques, en lien avec le champ de la géométrie dans lequel se place la situation. Nous nous référons aux travaux de Berthelot et Salin (1999-2000), Brousseau (2001) et Houdement et Kuzniak (2000, 2006) portant sur les problèmes spatiaux et la géométrie, ainsi que sur ceux de Duval (1988, 1994, 1995, 2003), Duval et Godin (2005), Duval, Godin et Perrin-Glorian (2005), pour penser le rapport aux figures dans l'enseignement et l'apprentissage. Après avoir explicité les principaux outils pour l'analyse dans le champ de la géométrie, nous précisons les éléments théoriques retenus pour analyser le langage à partir des travaux de Bosch et Perrin-Glorian (2013), Bulf, Mathé, Mithalal et Wozniak (2013), Bulf et al (2015). Nous présentons ensuite le contexte de l'étude puis exposons la méthodologie retenue.

Le rapport aux figures

Nous partageons la distinction, opérée par Parzysz (1988) et réinterprétée par Laborde et Capponi (1994), entre « figure géométrique » en tant qu'objet mathématique qui réfère à une théorie (ici la géométrie euclidienne), et « dessin » en tant que représentation matérielle de cet objet. De même que Celi et Perrin-Glorian (2014) nous lui préférons le terme « figure matérielle » qui souligne la particularité de ce « dessin » sur lequel doit s'exercer un regard spécifique (Duval & Godin, 2005) et qui reste proche des usages de l'enseignement. Cette dénomination peut en outre s'appliquer à la trace sur une feuille de papier ou un écran, ou plus largement à un assemblage et / ou superposition de « formes » (en plastique ou carton), ou à un pliage de pièces de papier. Enfin, pour ne pas alourdir le propos, nous emploierons le terme général « figure » lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté.

Nous utilisons la notion d'unité figurale empruntée à Duval (1995, 2003) pour désigner une unité élémentaire du registre sémiotique des figures géométriques : le point correspond à la seule unité figurale de dimension 0 ; les unités figurales de dimension 1 sont les lignes et les courbes, ouvertes ou fermées ; les unités figurales de dimension 2 peuvent être des surfaces, des intersections de lignes, ouvertes ou fermées. Ceci le conduit à envisager qu'un « objet » mathématique puisse être représenté par différentes unités figurales éventuellement de dimensions différentes : en particulier une figure géométrique dans le plan est toujours une configuration d'au moins deux *unités figurales*

élémentaires. De plus, en mettant en regard les unités figurales élémentaires de dimension 2 (et notamment les contours fermés d'une zone), avec les définitions des objets mathématiques qu'elles représentent, Duval identifie un « changement de dimension à effectuer quand on passe de la représentation figurale au discours sur les objets représentés » (Duval, 1995, p.178). Il souligne enfin que « le traitement de la situation mathématique représentée par la figure (par application de définitions ou de théorèmes) requiert que l'on se restreigne aux unités figurales de dimension 1 ou 0 » (Ibid., p.179). Ceci conduit en géométrie à étudier les unités figurales élémentaires de dimension 2 (contour fermé d'une zone) – sur lesquelles se focalise la perception – comme des configurations d'unités figurales de dimension 1 ou de dimension 0.

Par ailleurs, Duval (1994, 1995) identifie plusieurs niveaux dans l'appréhension des figures géométriques. L'*appréhension perceptive* permet la reconnaissance d'une forme (au sens commun du terme) ou d'un objet ; elle est immédiate, non unique puisqu'elle dépend de l'individu, indépendante de la tâche demandée. L'*appréhension opératoire* est centrée sur les modifications figurales (physiques, graphiques ou mentales), qui sont de trois types : les décompositions / recompositions figurales¹ reviennent à partager la figure en plusieurs sous-figures, à l'inclure dans une sur-figure ou encore à réorganiser plusieurs figures pour en réaliser une nouvelle² ; les modifications optiques consistent à agrandir, à diminuer ou à déformer une figure ; les modifications positionnelles consistent à déplacer une figure ou la faire tourner. L'*appréhension discursive* est liée à une dénomination ou aux propriétés données comme hypothèses ; elle participe du changement de regard sur la figure. Enfin l'*appréhension séquentielle* est à mettre en relation avec l'ordre de construction d'une figure avec des instruments.

Premiers éléments d'analyse des interactions langagières

Pour analyser les interactions langagières au niveau local dans le cadre de la théorie des situations, nous nous appuyons tout d'abord sur les travaux de Bosch et Perrin-Glorian (2013) qui prennent en considération le contenu mathématique mis en jeu dans l'activité ainsi que son évolution, « selon le partage des responsabilités entre le professeur et les élèves par rapport au savoir » (Op. cité, p.284).

¹ Qualifiées aussi de *méréologiques* (Duval, 1988).

² Duval (1995) emploie le terme de *reconfiguration*.

Quatre éléments sont pris en compte. Le premier découle de l'analyse *a priori* et consiste à déterminer l'enjeu didactique de la situation. Cet enjeu est local et temporellement situé, il est inscrit dans une progression. Son identification permet l'interprétation de ce qui se dit ou fait dans la séance. Les autres points concernent l'analyse des interactions langagières dans le déroulement d'une séance (donc l'analyse *a posteriori*), en distinguant : la mise en place du milieu et la dévolution ; la régulation des rapports des élèves avec le milieu et la négociation du contrat didactique ; la mise en commun et la conclusion de la séance.

Le langage employé lors de la mise en place du milieu et du processus de dévolution « est une combinaison de langage mathématique et de langage naturel en lien avec les autres ostensifs fournis par le milieu et avec les connaissances activées par le maître » (Ibid., p.283). L'analyse du langage de l'enseignant permet alors de mettre en lumière la manière dont celui-ci réalise une certaine part d'ostension ainsi que les stratégies qu'il utilise pour la dévolution.

La régulation des rapports des élèves avec le milieu ainsi que la négociation du contrat didactique dans la phase de recherche, se font essentiellement par le langage. Il s'agit d'identifier les modifications éventuelles du milieu ou les apports réalisés par l'enseignant, mais aussi leur impact notamment sur les connaissances mises en jeu.

Enfin, dans la mise en commun et la conclusion :

le langage intervient de façon essentielle selon plusieurs dimensions qui prennent en compte l'appui sur le milieu et son extension, la place faite à la formulation des connaissances de l'élève (celles qu'on peut formuler) et des savoirs à retenir (éventuellement), la validation de ces savoirs. (Ibid., p.283).

Nous portons donc attention sur la manière dont l'enseignant gère les discussions collectives mais aussi formule et/ou valide les savoirs.

Éléments en lien avec les niveaux de milieu

L'analyse des pratiques langagières peut aussi livrer des indices sur le rôle que joue l'enseignant dans le processus de résolution d'un problème par les élèves et sur leurs positions respectives dans ce processus, mais aussi sur les possibilités d'apprentissage. Le modèle de structuration du milieu (Brousseau, 1986 ; Margolinas, 1995, 2002, 2004 ; Bloch, 2002) permet de décrire avec finesse les interactions entre sujet et milieu, en ce sens qu'il permet d'envisager les différentes positions possibles des élèves par rapport aux savoirs en jeu dans l'activité mise en place par l'enseignant ainsi que les contenus potentiels de milieux avec lesquels les élèves interagissent (Bulf & al. 2015).

Dans le contexte de la situation étudiée, qui s'inscrit dans la lignée des travaux portant sur la construction et l'observation dans les classes de situations visant à faire évoluer le rapport aux figures, le grain très fin de l'analyse développée en termes de niveaux de milieu va en outre nous permettre de repérer les niveaux d'appréhension d'une figure qui sont en jeu.

Concernant les niveaux de milieu, Brousseau (1986) a décrit une structure emboîtée « en oignon », reprise par Margolinas (2004) qui a alors distingué deux analyses possibles. L'analyse ascendante est associée au point de vue de l'élève lorsqu'il découvre et résout un problème (il s'agit d'essayer de reconstituer et de comprendre la complexité de la situation dans laquelle se trouve l'élève). L'analyse descendante est associée au point de vue du professeur

tel qu'il se construit au sujet d'une leçon *avant* sa réalisation en classe, et donc au filtre au travers duquel il est susceptible de prendre des décisions en classe et d'interpréter les actions des élèves. (Op. cité, p.78).

Dans ce travail, nous avons cherché, à partir du problème donné et des observations, à remonter vers le savoir pour « questionner l'idonéité au savoir à enseigner » (Ibid., p.68), ce qui relève de l'analyse ascendante.

Rappelons rapidement les différents niveaux de milieu. Le milieu matériel M-3 contient les éléments extérieurs au professeur et à l'élève qui sont nécessaires pour entrer dans la question (ainsi les objets matériels font partie du milieu matériel) ; les connaissances associées permettent à l'élève « d'interagir avec le milieu objectif et de passer à une position d'agissant » (Bulf & al. 2013, p.592). Le milieu objectif M-2 doit permettre à l'élève de se poser des questions. Par son action sur le milieu objectif, l'élève développe des stratégies, validées ou invalidées par les rétroactions du milieu. Le milieu de référence M-1 est celui où les connaissances de l'élève se transforment en savoirs, « où il saisit ce qu'il y a à comprendre – à ce niveau – de la situation » (Ibid., p.590) : il est constitué des énoncés issus des stratégies développées par les élèves dans le milieu M-2 ainsi que des validations théoriques que ceux-ci peuvent recevoir, « grâce aux connaissances initiales ou grâce à celles qui ont été développées dans l'interaction avec le milieu objectif » (Maurel & Sackur, 2002, p.172). Enfin c'est dans le milieu d'apprentissage M0 que se déroule l'institutionnalisation par le professeur.

Contexte de l'étude

L'expérimentation est menée dans deux classes de CP assez équivalentes, d'environ 25 élèves issus de milieux sociaux similaires,

dont les enseignants, nommés M et P, sont Professeurs d'Ecole Maîtres Formateurs³, ayant 15 à 20 ans d'ancienneté. Ces enseignants sont expérimentés mais n'ont habituellement pas la charge d'enseigner la géométrie.

Les mises en œuvre se déroulent en période 4⁴. A ce moment de l'année dans la classe de M, les élèves ont déjà travaillé (avec le deuxième enseignant en charge de la classe), le repérage et l'orientation dans des parcours puis sur quadrillage, la reconnaissance perceptive de carrés, triangles et rectangles, ainsi que la distinction carré/rectangle. Ils ont réalisé des tracés à la règle, mais n'ont pas abordé d'activité de reproduction de figures. Dans la classe de P en revanche, aucun travail sur les figures planes n'a été réalisé (par le deuxième enseignant) au cours des périodes précédentes.

Les séances sont filmées, les données vidéo transcrites puis découpées en étapes et épisodes avant d'être analysées : un changement d'étape correspond à un changement soit dans l'organisation de la classe, soit dans la situation (changement d'exercice) ; un épisode possède une unité sur la tâche, sur la nature de l'activité ; un changement d'épisode peut correspondre à un changement au niveau de la nature de l'activité.

Le déroulement du début de la séquence est assez semblable dans les deux classes, c'est pourquoi nous nous attachons plus spécifiquement à la deuxième séance correspondant à la première rencontre avec les problèmes proposés. Pour ne pas alourdir le propos, nous avons fait le choix de porter notre attention sur une seule étape de cette séance. Afin de faciliter la comparaison, nous nous sommes en outre focalisé sur la résolution du même problème. Après analyse du corpus, nous avons retenu une étape que nous jugeons représentative à la fois de la situation et des mises en œuvre dans ces classes.

Méthodologie

L'étude se réalise au moyen d'analyses *a priori* et *a posteriori*.

L'analyse *a priori* se déroule en trois temps. Tout d'abord nous réalisons celle de la situation générique (au sens de la théorie des situations), qui s'avère nécessaire pour les analyses ultérieures. Puis

³ Un Professeur d'Ecole Maître Formateur (PEMF) est un enseignant du premier degré qui contribue à la formation initiale et continue des maîtres du premier degré. Il est déchargé d'une partie de son enseignement pour mener à bien sa mission de formation.

⁴ En France, l'année scolaire est divisée en cinq périodes de sept semaines. La période 4 se déroule entre mars et avril.

deux analyses sont menées au niveau « plus local » de l'étape de la situation que nous avons choisie. L'une conduit à l'identification des enjeux didactiques de cette étape. L'autre est réalisée en termes de structuration du milieu. Cette dernière permet d'anticiper les différentes positions possibles d'un élève générique lors de la résolution du problème, les contenus potentiels de milieux avec lesquels les élèves interagissent ainsi que les appréhensions de la figure possiblement convoquées. Elle conduit enfin à identifier la façon dont l'évolution du rapport de l'élève au milieu peut permettre la construction de connaissances.

L'analyse *a posteriori* s'appuie sur les transcriptions des séances menées dans les classes. Elle se déroule en deux temps. Dans le premier, nous suivons la grille d'analyse de Bosch et Perrin-Glorian (2013) en repérant : les questions ou les actions de l'enseignant qui visent à modifier le problème ou le milieu ; les éléments de savoirs (vrais ou faux) apportés par les élèves ; les éléments de savoirs apportés et/ou reformulés par l'enseignant ; les interventions structurantes de l'enseignant comme l'appel à des savoirs anciens ou la structuration du travail des élèves. Nous distinguons en outre dévolution, régulation et conclusion. Il s'agit ainsi de repérer la part d'ostension éventuelle réalisée ainsi que la stratégie utilisée par le maître pendant la dévolution (formulations, questions, répétitions, reformulation des propositions des élèves), et sur quoi elle porte (sur un savoir ancien, sur les éléments du milieu ou sur la question à résoudre). Nous prenons en considération la formulation du savoir lui-même ainsi que sa place à travers la gestion de la parole : nous regardons s'il y a explicitation d'un savoir nouveau ou en cours d'apprentissage, ou reprise de savoirs anciens ; nous étudions la forme de la formulation, le lexique mathématique utilisé, les liens avec les autres ostensifs du milieu, le degré de généralité des savoirs formulés mais aussi qui formule ces savoirs.

Dans le deuxième temps nous cherchons de manière plus précise à identifier les niveaux de milieu dans lesquels se trouvent les élèves, leurs positions et l'évolution de ces positions, ainsi que les niveaux d'appréhension de la figure qui sont abordés. Pour ce faire, les formulations (forme et lexique employé) et/ou les actions de l'enseignant sont analysées pour repérer celles qui permettent d'enrichir un niveau de milieu, en lien avec les différentes appréhensions de la figure, celles qui placent les élèves dans une position donnée ou qui les incitent à un changement de niveau.

PRESENTATION DE LA “SITUATION PLIOX” ET ELEMENTS D’ANALYSE *A PRIORI*

Notre étude s’appuie sur des mises en œuvre de la “situation PLIOX” (Guille-Biel Winder, 2013) qui consiste à *reproduire une figure modèle par pliage effectif d’un PLIOX*, carré de papier présentant sur une seule face quatre zones également carrées et colorées en rouge, bleu, vert et jaune (figures 1a et 1b). Les pliages autorisés dans cette situation (figure 1c) correspondent aux axes de symétrie du carré (ses diagonales et ses médianes), ainsi qu’aux axes de symétrie des quatre carrés de couleur (leurs diagonales et leurs médianes).

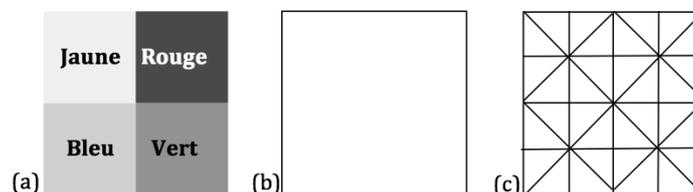


Figure 1. – PLIOX recto (a) et verso (b) ; directions de pli « autorisées » (c)

Dans un premier temps, nous reprenons les principaux résultats de son analyse *a priori* (Guille-Biel Winder, 2014), puis nous présentons et analysons différentes phases d’une mise en œuvre *a priori*. Nous complétons l’analyse en nous focalisant sur l’étape retenue pour cette étude.

Type de problème proposé

La “situation PLIOX” est un origami particulier, elle se déroule dans l’espace sensible par une action – un ou plusieurs pliages. Elle peut être vue comme un problème spatial au sens de Salin (2008). Par ailleurs, le PLIOX évoque un objet de dimension 2 : une figure (matérielle) composée elle-même de sous-figures. Même si l’enjeu pour les élèves consiste à reproduire un objet matériel, la situation engage des connaissances sur les figures géométriques. La “situation PLIOX” peut alors être considérée comme problème géométrique de reproduction de figures dans le paradigme G1 (Houdement & Kuzniak, 2000, 2006)⁵.

⁵ Le paradigme G1 de la géométrie est celui qui s’exerce à l’école primaire. Il peut principalement être caractérisé comme ne s’affranchissant pas de la réalité : l’expérience et la déduction s’exercent sur des objets matériels grâce à la perception visuelle et aux instruments. Ainsi dans la géométrie G1, le monde réel et sensible est source de validation.

Variables didactiques principales

Les modalités de présentation du modèle constituent un premier ensemble de variables didactiques : modèle présenté par le maître sous forme de pliage d'un PLIOX préalablement effectué hors de la vue des élèves (le support du maître étant alors identique à celui des élèves) manipulable ou pas, ou présenté sous la forme d'un dessin, ou d'une photo, retro-projeté, à échelle 1 ou pas, éloigné ou pas. La position du modèle au moment de sa présentation est également à prendre en compte. Un deuxième ensemble de variables didactiques concerne le choix de la figure modèle et notamment : la nature du contour du modèle (la figure externe) ; le nombre de zones colorées (les figures internes) ; la nature de ces figures internes ; leurs positions relatives ; le nombre de pliages nécessaires ; les directions des plis ; l'existence préalable ou pas de(s) pli(s) nécessaire(s) à la reproduction du modèle.

Potentialités concernant le regard sur les figures

En considérant la "situation PLIOX" en tant que problème géométrique, nous identifions les éléments figuraux en jeu puis les modifications convoquées *a priori* dans la "situation PLIOX".

Les pliages selon les directions privilégiées conduisent à des polygones convexes de différentes tailles. Les éléments figuraux potentiels 2D sont essentiellement des polygones convexes (carrés, rectangles, parallélogrammes, trapèzes isocèles, trapèzes rectangles, quelques quadrilatères quelconques, triangles rectangles isocèles et pentagones non réguliers), même si d'autres polygones non convexes (et donc non réalisables par pliage du PLIOX), existent du fait du réseau de droites présent sur le PLIOX. Les éléments figuraux 1D apparaissent sous forme de plis, en fonction des pliages que l'on est amené à faire, mais ils ne sont pas matérialisés par des traits (à part les deux médianes du PLIOX qui apparaissent comme frontières des zones colorées) : il s'agit des médianes puis des diagonales du PLIOX (axes de symétrie) et des carrés « secondaires ». Les quelques points qui apparaissent correspondent aux sommets des éléments figuraux 2D identifiés ainsi qu'à l'intersection d'éléments figuraux 1D mis en évidence.

La "situation PLIOX" porte essentiellement sur deux niveaux d'appréhension d'une figure (même si d'autres appréhensions peuvent être convoquées comme nous le verrons) : l'appréhension perceptive de l'élément figural 2D correspondant au contour et des éléments figuraux 2D mis en évidence par les zones de couleur (les figures internes), et l'appréhension opératoire en convoquant *a priori* plusieurs modifications figurales. La présence des figures internes

colorées et de plis convoquent des décompositions / recompositions figurales : par exemple figure 2, on peut voir que le modèle est un pentagone se décomposant en deux triangles rectangles isocèles (un rouge et un bleu) et en un grand carré vert, ou en quatre petits carrés verts ; il est aussi possible d'identifier un carré bicolore rouge / vert, ou aussi l'hexagone concave formé d'un petit carré vert et du triangle bleu ...

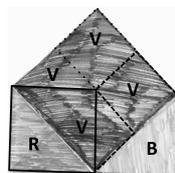


Figure 2. – Un pliage du PLIOX

Des modifications positionnelles sont convoquées : le coloriage induit en effet une orientation du PLIOX et des figures obtenues par pliage ; par ailleurs l'affichage du modèle se fait au tableau alors que quelquefois les élèves ne sont pas en face de celui-ci. Lorsque le modèle est présenté à une autre échelle que celle du PLIOX, des modifications optiques sont également convoquées.

Connaissances en jeu

La "situation PLIOX" met en jeu des connaissances géométriques et spatiales au sens de (Berthelot & Salin, 1999-2000).

Des connaissances spatiales, liées à l'orientation et à la position des différentes figures dans les modèles, sont mises en œuvre lors de l'analyse des modèles puisqu'il s'agit d'identifier des positions relatives de sous-figures monochromes (les figures internes), ainsi que lors des moments de recherche se déroulant dans l'espace sensible. D'autres connaissances spatiales peuvent être convoquées, par exemple lors de modifications positionnelles liées au passage du plan fronto-parallèle au plan de la table.

Les connaissances géométriques en jeu portent tout d'abord sur des polygones : il s'agit notamment de reconnaître des figures particulières (carré, rectangle, triangle rectangle isocèle, trapèze), de les nommer (lors des phases collectives) et d'identifier des relations entre les différents polygones mis en évidence par le jeu des décompositions / recompositions (un « demi-carré » peut être un rectangle ou un triangle ; un assemblage de deux triangles rectangles isocèles superposables peut être un carré ou un triangle ...). Certaines modalités de pliage mettent en évidence des côtés et des sommets de polygones, des droites particulières du carré (médianes, diagonales) visibles sous forme de plis, ainsi que leurs points d'intersection.

Différentes phases

La «situation PLIOX» correspond à une situation d'action au sens de Brousseau (1998). Une mise en œuvre *a priori* de cette situation se décline en quatre phases : une phase d'action éventuellement intercalée entre deux phases de formulation ; une phase de synthèse / exposition de connaissances.

Phase d'action

Individuellement, les élèves doivent réaliser par pliage de leur PLIOX une figure identique à la figure modèle présentée. L'activité est centrée sur l'analyse de la figure pour sa reproduction et non pas sur le tracé. L'action convoque des connaissances spatiales liées à la position et à l'orientation des figures qui restent implicites. Le milieu fournit une rétroaction immédiate essentiellement perceptive par comparaison visuelle entre le modèle et le résultat du pliage effectué. Les éléments pris en compte dans le contrôle de l'action dépendent des modèles proposés et sont parmi les suivants : nature des « figures externes » et « internes », orientation des figures internes, présence et position de zones de couleurs.

Phases de formulation

Il existe deux phases de formulation possibles : l'analyse collective du modèle et l'explicitation des procédures. Ces phases ont pour objectif la communication et le débat. Telles qu'elles sont proposées, elles ne correspondent pas à des situations de formulation au sens de la TSD (Brousseau, 1986). Dans chacune d'elles, l'enseignant doit apporter les rétroactions, même s'il peut prendre appui sur le milieu matériel.

Lors de l'analyse du modèle, des élèves sont sollicités pour dire ce qu'ils voient, les figures qu'ils reconnaissent, ainsi qu'éventuellement leurs positions relatives. Cette analyse implique la prise en compte à la fois de la figure externe du modèle et de ses figures internes, éventuellement en jouant avec le changement d'orientation, ainsi que la mise en évidence de décompositions et/ou recompositions figurales. A l'issue de la phase d'action, des élèves sont sollicités pour expliquer leur procédure ou, dans un premier temps, la montrer à la classe s'ils ne parviennent pas à expliquer, aidés si besoin par l'enseignant pour la formulation ou le vocabulaire. Certaines productions erronées sont invalidées, certaines formulations corrigées. La mise en commun fournit l'occasion de revenir sur la technique de pliage. La « mise en mots » des procédures peut aider certains élèves à effectuer la reproduction attendue et porte sur les gestes à accomplir dans le micro-espace 3D. Elle permet de rendre explicites les compétences spatiales en jeu, restées implicites dans l'action. Elle

peut conduire, en lien avec la décomposition figurale, à l'explicitation de relations entre différents polygones (entre un rectangle « demi-carré » et un carré par exemple). Elle peut aussi aboutir à mettre en évidence les éléments figuraux 1D que sont les droites du réseau, notamment les diagonales et les médianes ainsi que leurs relations avec les éléments figuraux 2D (en tant qu'axes de symétrie du carré par exemple). Les modalités de pliage permettent d'aborder les notions de côté et de sommet.

Les moments collectifs doivent donc amener les élèves à identifier certains éléments figuraux (carré, rectangle, triangle, côté, diagonale, droite, sommet, point) et à expliciter leurs liens ainsi que leurs propriétés, en relation avec les actions réalisées sur le PLIOX. Ils participent ainsi de l'appréhension opératoire. Ils peuvent également conduire les élèves à nommer ces éléments figuraux (en lien avec l'appréhension discursive) et à utiliser le vocabulaire de position et d'orientation (à droite de, à gauche de, au-dessus, au-dessous, en haut, en bas, derrière, devant) pour communiquer procédures ou analyses. Notons que l'explicitation de la procédure de reproduction relève de l'appréhension séquentielle.

Phase de synthèse / exposition de connaissances

Dans cette phase, l'enseignant reprend, en les décontextualisant, les différents points abordés tout au long de l'activité : vocabulaire, objets figuraux 2D voire 1D (notamment par la mise en évidence du réseau de droites visible sur le verso du PLIOX), propriétés de certaines figures géométriques particulières (carré, rectangle, triangle rectangle isocèle notamment), relations entre objets figuraux (comme par exemple : le partage d'un carré en deux parties identiques peut donner deux triangles rectangles ; la diagonale d'un carré coupe celui-ci en deux triangles superposables). Certaines connaissances peuvent alors prendre le statut de savoirs. Cette phase participe en outre de l'appréhension discursive.

Complément d'analyse *a priori* dans le cas de notre étude

Comme signalé précédemment, nous restreignons ici l'étude à une étape particulière de la "situation PLIOX" dans laquelle les variables didactiques sont fixées : il s'agit de la reproduction de la figure 3. Nous complétons donc l'analyse *a priori* dans ce cas précis.

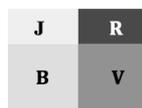


Figure 3. – Modèle à reproduire

Potentialités, enjeux et connaissances en jeu

La figure modèle présente un rectangle (figure externe) composé de quatre figures internes en position prototypique (deux carrés, deux rectangles « demi-carré »). Elle reste visible mais à distance des élèves : elle est affichée au tableau telle que présentée figure 3, ce qui convoque des modifications positionnelles liées au passage du plan du tableau au plan de la table. Sa reproduction est à l'échelle 1 (donc pas de modification optique à l'œuvre), avec possibilité de percevoir l'épaisseur ou de voir les plis déjà réalisés. Elle nécessite un seul pliage, mais le pli nécessaire n'apparaît pas encore sur le PLIOX au moment de l'activité. Ce pli correspond à l'axe de symétrie des deux carrés secondaires rouge et jaune. Le pliage à réaliser se fait « bord sur pli » puisqu'il s'appuie sur la médiane, axe de symétrie du PLIOX et élément figural 1D qu'il faut prendre en compte au verso et qui est apparent (suite à la fabrication du PLIOX, les deux médianes sont marquées). Le jeu des couleurs fait apparaître une décomposition figurale d'éléments figuraux 2D : deux carrés (bleu et vert) identiques à ceux présents sur le PLIOX et deux figures (jaune et rouge) qui correspondent à la moitié des carrés de même couleur présents sur le PLIOX. Pour réaliser la figure modèle, il est nécessaire d'identifier ces figures internes mais pas la figure externe.

On peut s'attendre à certaines productions « approximatives », c'est-à-dire comportant bien quatre figures internes, dont les deux carrés secondaires bleu et vert, mais aussi : soit deux rectangles (jaune et rouge) de taille différente de celle attendue (non demi-carrés), le pli correspondant étant parallèle à la médiane secondaire (figures 4a et 4b) ; soit deux trapèzes rectangles (rouge et jaune), le pli correspondant n'étant pas parallèle à la médiane secondaire (figure 4c). Une mise côte à côte de la figure modèle et des productions des élèves permet une validation perceptive immédiate par comparaison des longueurs des côtés.

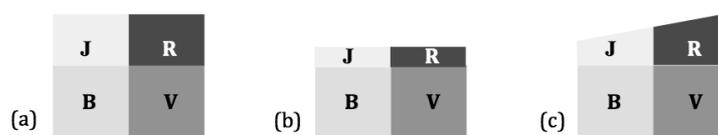


Figure 4. – Reproductions erronées envisageables

L'enjeu didactique de cette étape particulière est identifié à partir de ce qui précède. Cet enjeu local se situe dans un enjeu plus global : il s'agit à terme d'acquérir une sorte de flexibilité quant à la reconnaissance des figures et détachées ou intégrées dans d'autres figures. Les connaissances géométriques spécifiquement en jeu dans

cette étape sont en cours d'acquisition et portent sur le carré et le rectangle qu'il s'agit de reconnaître à partir de certaines de leurs propriétés (nombre de côtés, de sommets, égalités de longueurs, éventuellement présence d'angles droits), sur la relation entre des rectangles « demi-carrés » et des carrés qui peut être évoquée pendant l'explicitation des procédures ainsi que sur le vocabulaire géométrique (carré, rectangle, côtés notamment) qui sera employé lors des différentes phases de formulation. La médiane utilisée dans le pliage apparaît au verso, elle peut alors être perçue comme une droite indépendante des côtés des figures internes. Le pli qui apparaît à l'issue du pliage correspond à une médiane des carrés internes et peut être défini comme représentant une droite qui partage ces carrés en deux rectangles superposables, voire comme la droite qui passe par les milieux de deux côtés opposés du rectangle. Ces connaissances sont en cours d'apprentissage. Les connaissances spatiales en jeu sont anciennes et liées à l'orientation et à la position des différentes figures dans le modèle. Elles peuvent être explicitées lors des mises en commun, incitant à des formulations adaptées mettant en jeu le vocabulaire d'orientation (à l'envers, vertical, horizontal) et de position (à droite, à gauche, en haut, en bas, au milieu, dessus, devant).

Analyse a priori en termes de structuration du milieu

Nous poursuivons l'analyse à un grain plus fin en nous intéressant à la structuration du milieu que nous complétons avec les niveaux d'appréhension d'une figure qui sont en jeu.

Le milieu matériel M-3 est constitué de la consigne « Reproduire la figure modèle en pliant le PLIOX », du modèle proposé sous forme de pliage effectif d'un PLIOX et affiché au tableau ainsi que du PLIOX de l'élève. Les connaissances associées sont les connaissances nécessaires à la compréhension de la consigne. Les élèves doivent donc être capables d'interpréter cette consigne comme étant la réalisation du pliage proposé, sous-entendu à l'identique. Il n'y a pas au départ d'enjeu mathématique explicite.

Passons au milieu objectif M-2. Dans la phase d'action, le milieu fournit une rétroaction immédiate essentiellement perceptive par comparaison visuelle entre la figure modèle et le résultat du pliage effectué. Les éléments qui peuvent être pris en compte dans le contrôle de l'action sont parmi les suivants : éventuellement la figure externe (un rectangle); les figures internes (deux carrés et deux rectangles demi-carrés); éventuellement la largeur des deux rectangles demi-carrés; la présence de toutes les zones de couleurs; les positions relatives des zones de couleur. Les appréhensions

perceptive et opératoire (modification positionnelle due au changement de plan front-parallèle et peut-être modifications figurales) sont ainsi en jeu dans ce milieu. Une deuxième rétroaction du milieu est organisée par comparaison directe de longueurs en juxtaposant le PLIOX plié et le modèle affiché au tableau. Les possibilités de rétroaction du milieu objectif M-2 offrent ainsi des conditions favorables à l'émergence du milieu de référence M-1.

A la suite des activités antérieures de reproduction de figures, ainsi que lors de la réalisation du PLIOX, une partie du milieu de référence M-1 existe déjà, mais celui-ci continue à s'enrichir par les interactions des élèves au cours de l'activité. Le milieu de référence est alors constitué par les pliages validés ou non (tels que ceux proposés figure 5), par les formulations des méthodes de pliages (par exemple : « quand on plie, on fait coïncider un côté du carré sur une droite qu'on a déjà et qui partage le carré en deux moitiés »), par l'identification des éléments figuraux 2D figurant sur le PLIOX ou obtenus après pliage (rectangles, rectangles demi-carrés, trapèzes), ainsi que par l'élément figural 1D mis en évidence sur le verso (une médiane du PLIOX) et enfin par l'explication des propriétés utilisées (partage d'un carré en deux rectangles « demi-carrés » selon une médiane notamment). C'est donc dans le milieu de référence que l'appréhension séquentielle est en jeu (même si elle reste très limitée dans cette étape puisqu'un seul pliage est nécessaire), que peuvent s'exprimer des modifications figurales (appréhension opératoire) et que peut émerger l'appréhension discursive (notamment en lien avec la dénomination des objets ou l'explicitation de leurs propriétés). Notons que la formulation d'énoncés de savoir est possible mais pas nécessaire dans une situation d'action (Bosch et Perrin-Glorian, 2013) : elle doit donc être prise en charge par l'enseignant. Par ailleurs, le milieu de référence M-1 ne possède pas de potentiel de rétroaction adidactique, ce qui laisse également la validation à la charge de l'enseignant.

Le milieu d'apprentissage M0 correspond à celui de la mise en évidence des relations entre le carré et le rectangle (« deux rectangles de mêmes dimensions et « demi-carrés » peuvent donner un carré » ; « un carré partagé en deux parties superposables peut conduire à deux rectangles demi-carrés »), de celle entre un carré et l'une de ses médianes (la médiane partage le carré en deux rectangles superposables) et de l'explicitation des points communs et des

différences qui existent entre le carré et le rectangle⁶ (tous deux ont quatre côtés et quatre sommets ; dans le carré tous les côtés ont la même longueur, ce qui n'est pas le cas du rectangle). L'appréhension discursive se concrétise donc aussi à ce niveau de milieu (mais formulation et validation restent à la charge de l'enseignant).

La figure 5 illustre cette analyse en reprenant et complétant la schématisation de l'articulation entre les différents niveaux de milieu proposée par Bulf et al. (2015) et adaptée de Margolinas (2004), par les liens avec les niveaux d'appréhension d'une figure.

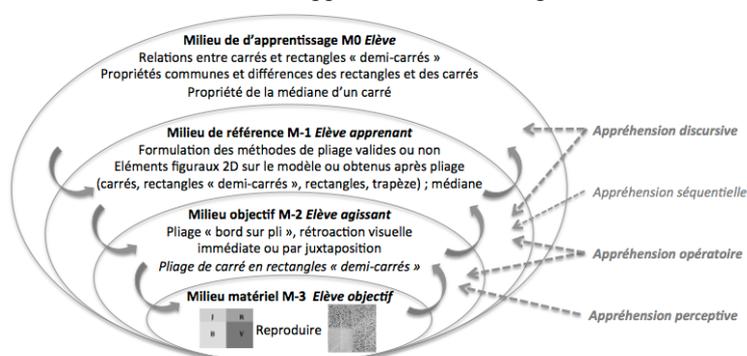


Figure 5. – Analyse *a priori* de l'articulation des différents niveaux de milieu en lien avec les appréhensions figurales

ANALYSES A POSTERIORI DANS DEUX CLASSES

Comme souligné précédemment, le début des séquences mises en œuvre est assez semblable dans les deux classes. La première séance (non observée) de la séquence correspond à la fabrication du PLIOX. Les séances suivantes portent sur la reproduction de figures à l'aide du PLIOX.

La séance durant laquelle se déroule l'étape que nous avons choisi d'étudier (reproduction de la figure 3), correspond à la première rencontre des élèves avec les problèmes proposés dans la "situation PLIOX". L'étape étudiée est réalisée après une première reproduction (figure 6a) dans la classe de M, après deux reproductions (figures 6a, puis 6b) dans la classe de P. Ainsi dans les deux classes, les élèves ont eu l'occasion de plier le PLIOX en deux parties superposables

⁶ La prise en compte des points communs et des différences entre le carré et le rectangle conduira à terme (mais pas dans l'immédiat !) à la reconnaissance du carré comme un rectangle particulier.

selon une de ses médianes pour obtenir un rectangle (figure 6a). Dans la classe de P, ils ont en outre été amenés à réaliser un nouveau pli (une diagonale) pour réaliser la deuxième figure (figure 6b) – mais ceci n’a pas d’incidence dans le déroulé de l’étape étudiée.

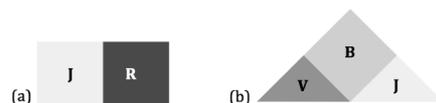


Figure 6. – Figures modèles de la séance 2

L’analyse des corpus (annexes 2 et 3) fait apparaître pour chacune des classes, quatre épisodes dans cette étape (annexe 1), bien que les déroulements ne soient pas exactement les mêmes. Nous menons l’analyse *a posteriori* en nous appuyant sur les analyses *a priori* précédemment réalisées ainsi que sur les transcriptions des mises en œuvre (annexes 2 et 3). Comme précisé dans la méthodologie, nous décrivons et analysons en deux temps le fonctionnement et les effets du langage de l’enseignant de chaque classe.

Classe de M

Premier temps de l’analyse

Le langage relatif à la dévolution, qui installe les objets du milieu matériel et les règles du jeu, modifie ici le milieu. En attirant l’attention sur la réalisation du modèle et en réalisant le pliage devant les élèves, M transforme la situation en un problème de reproduction de gestes (Arzarello, Paola, Robutti & Sabena, 2009) :

1 M : Et je vais vous/je vais/faire une autre figure. Et vous regardez bien. Et vous vous ne touchez pas votre/ Nicolas ! Tu le poses maintenant. Donc je rouvre [M déplie le PLIOX]. Oh ! Je vais plier. Ohlala. [M plie devant les élèves en montrant bien son geste].

Avec le rappel de la consigne, M modifie également le milieu en injectant une nouvelle contrainte (il faut « un seul pli »).

33 M : (...) Bon, alors, vous allez reproduire cette figure. Attention, on n’avait qu’un seul pli, hein !

La dévolution du nouveau problème s’effectue alors par la donnée de la consigne complétée par l’indication du nombre de plis nécessaires et précédée de la mise en évidence de tous les gestes nécessaires pour l’accomplir. Le problème se révèle ainsi sans enjeu. Lors de l’incitation à l’analyse de la figure, on retrouve alors la description de l’action dans les propositions des élèves :

4 Sonia : On voit en fait que/que /y a le bleu et le vert qu’on voit, et le jaune et le rouge qu’on voit à la moitié. Et/et t’as/ et t’as plié le/ la moitié du rouge et du jaune.

8 Julie : Et ben en fait, ce que t'as fait c'est que tu/tu les as/tu les as remis droits, après tu as/t'as vu que il fal/que/t'as vu qu'il fallait pas qu'on plie tout sinon ça faisait pas cette forme alors t'as plié un peu.

Le langage de M relatif à l'étayage, qui se développe dans les moments d'action, relève essentiellement des aspects techniques et souligne de nouveau le nombre de pliages :

35 M : (...) Mais tu as fait combien de plis, là ? Et moi j'ai dit combien de plis ? Combien j'ai fait de plis, moi, tout à l'heure ?

37 M : Oui, alors il faut que tu te débrouilles avec un pli (...)

Dans la mise en commun, M formule les stratégies développées, les rétroactions éprouvées ainsi que les expériences menées par les élèves :

38 M : (...) Comment/heu/vous avez fait, réalisé, la même figure que celle affichée au tableau ? Ben Mat ?

39 Mat [montre la médiane du carré] : Avec le trait.

50 M : Pour plier le haut de ta feuille et mettre comment ? (...) C'est bien Mat, essaie d'aller/euh/jusqu'au bout./Alors, tu as remarqué qu'il y avait un trait [montre la médiane au verso du PLIOX] et là, ç'a été un repérage pour plier le haut de ta feuille.

51 Mat [désigne le côté du PLIOX et la médiane] : Il faut le mettre à la pointe.

54 Mat : Il faut replier jusqu'au trait.

Notons que M ne s'appuie pas sur la rétroaction du milieu : il n'incite pas les élèves à confronter leur production au modèle affiché au tableau et prend systématiquement en charge la validation comme dans les extraits suivants :

5 M : Oui, est-ce que tout le monde est d'accord avec Sonia ?

34 M : Je vais vérifier mais, hé, hé, c'est pas bon ! Regarde un peu, est-ce que tu es à la moitié, là ?

37 M : Ah, bravo ! Maintenant on se débrouille !

Nous constatons peu de reformulation des propositions des élèves, M répétant leurs expressions et employant donc très peu le lexique géométrique. Donnons deux exemples pris lors de l'analyse de la figure :

14 Thaïs : Eh ben, y a quatre pointes sur/les côtés.

15 M : Oui, oui, oui. Et là j'ai quatre pointes aussi ?

16 Elèves : Oui// Non//

17 M : Tu veux venir nous montrer les pointes, heu/Thaïs ? Non, mais c'est vrai qu'on a quatre pointes, hein.

18 Thaïs [pointe chaque sommet du modèle présenté au tableau] : Un, deux, trois, quatre.

19. M : Oui, très très bien. Et tout à l'heure, j'avais quatre pointes aussi ?

24 Qwang : Y'a la moitié du rouge/non/du jaune et du rouge et/et/et le bleu et le vert c'est/tout en entier.

25 M : Et la surface du carré bleu et du vert est restée//

26 Elèves : Entiers.

27 M : Entière. Est restée la même. Oui.

28 Qwang : Et que le jaune et le rouge, ils sont à moitié.

Ces extraits mettent également en évidence que M ne fait pas préciser la nature des différentes figures internes pourtant identifiées par les élèves en référence aux zones colorées, non plus que la figure externe. Il ne fait pas non plus de lien avec une propriété des quadrilatères (quatre sommets) pourtant évoquée par Thaïs à propos de cette figure externe.

Dans la conclusion, les interventions de l'enseignant sont tournées vers l'activité attendue de l'élève : la reproduction du geste.

63 M : Eh oui, tu peux plier tordu, donc ce/ce trait comme vous dites, qui est au milieu, donc/ce trait là qu'on voit au dos, c'est ce/c'est ce/ce trait c'est un pli, hein, c'est le/le premier pli qu'on a fait. C'est un repère pour replier cette moitié/cette partie de feuille.

M reprend dans la synthèse les éléments qui ont été dégagés durant l'activité et les discussions (la position de la droite permettant le pliage des carrés rouge et jaune en deux parties superposables). Mais il ne cherche pas réellement à expliciter les objets géométriques (carrés, rectangles, droite – correspondant à la médiane), ni les propriétés associées, ni même leurs relations (une droite qui partage le carré en deux rectangles superposables). Il ne fait donc pas de lien avec les savoirs géométriques et le lexique qu'il emploie réfère à l'espace sensible.

Deuxième temps : analyse en lien avec les niveaux de milieu

Dès le début de l'activité, M incite ses élèves à passer d'élèves objectifs à élèves agissants (« regardez bien ! », 1 M), puis très rapidement à élèves apprenants en leur demandant d'exprimer ce qu'ils « voient » (sous-entendu sur la figure obtenue). Lors de l'analyse de la figure, les échanges enrichissent le milieu objectif. Les relations entre les surfaces colorées du PLIOX et celles obtenues après pliage sont mises en évidence (appréhension perceptive) :

4 Sonia : On voit en fait que/que /y a le bleu et le vert qu'on voit, et le jaune et le rouge qu'on voit à la moitié. (...)

30 Julie : Avant, quand t'avais fait l'autre forme, on voyait que le/que le jaune et le rouge. Maintenant/on voit toutes les couleurs.

Les gestes réalisés par M sont soulignés par les élèves, comme l'illustrent les extraits suivants :

4 Sonia : (...) Et/et t'as/ et t'as plié le/ la moitié du rouge et du jaune.

8 Julie : Eh ben en fait, (...) t'as vu qu'il fallait pas qu'on plie tout sinon ça faisait pas cette forme alors t'as plié un peu.

12 Thérèse : Surtout, et beh//, tu as/n'as pas plié le vert et le bleu (...)

Or M valide les propositions sans placer les élèves en position d'apprenants : le changement vers le milieu de référence est seulement amorcé.

Dans les échanges émerge également une caractéristique de la figure externe : elle possède « quatre pointes sur les côtés » (14 Thaïs). M cherche alors à mettre en parallèle cette propriété avec le nombre de sommets de la figure externe du modèle précédemment reproduit dans cette classe (figure 6a), ce qui incite les élèves à passer de la position d'agissants à celle d'apprenants :

19 M : Oui, très bien. Et tout à l'heure, j'avais quatre pointes aussi ?

Ce constat aurait pu permettre à M de forcer le passage vers le milieu d'apprentissage en mettant en évidence que la possession de quatre sommets est une propriété des rectangles en tant que figures géométriques. Mais l'enseignant ne saisit pas cette occasion.

A l'issue de l'analyse collective du modèle, il récapitule certains éléments du milieu objectif (le nombre de plis nécessaires, la relation entre les figures, le pliage en rectangles « demi-carrés ») et ce faisant amorce le passage vers le milieu de référence :

33 M : On voit toutes les couleurs, mais le jaune et le rouge, vous venez de le dire, on les voit à moitié. (...). Attention, on n'avait qu'un seul pli, hein !

Au cours de l'accompagnement de la recherche, les élèves sont en position d'élèves agissants. Les interventions de M les maintiennent dans le milieu objectif.

Au moment de la mise en évidence collective d'une procédure correcte, M amorce de nouveau le passage vers le milieu de référence en incitant les élèves à expliciter leurs actions :

38 M : (...) Moi, je voudrais savoir/comment vous avez fait. (...) Comment/heu/vous avez fait, réalisé, la même figure que celle affichée au tableau ? Ben Mat ?

40 M : (...) explique ce que c'est que ce trait. Vas y.

55 M : Alors tu dis que tu replies comment ? (...)

En employant le langage de validation, l'enseignant amène une médiane dans le milieu objectif :

44 M : Ce trait, il est au dos de ta feuille.

Puis il force le passage vers le milieu de référence en mettant en évidence la médiane et son usage dans la réalisation de la figure modèle, et installe dans ce milieu le mot « superposer » :

63 M : (...) donc ce/ce trait comme vous dites, qui est au milieu, donc/ce trait là qu'on voit au dos, c'est ce/c'est ce/ce trait c'est un pli, hein, c'est le/le premier pli qu'on a fait. C'est un repère pour replier cette moitié/cette partie de feuille.

69 M : Qu'on...superpose. ça vous va pas, ce mot, superpose ?

M revient sur le « trait » qui est associé à l'espace graphique en le définissant comme le « pli » en référence à l'espace sensible, mais pas comme la *trace* d'une droite (objet géométrique). Par conséquent il n'induit pas le passage vers le milieu d'apprentissage, ni ne conduit les élèves vers une déconstruction dimensionnelle. En outre l'enseignant ne réfère jamais à la figure externe et n'évoque pas de décomposition / recomposition figurale. Enfin, si dans la synthèse M met en évidence la médiane qui conduit au pliage correct (63 M), il ne va pas jusqu'à formuler la procédure de reproduction (appréhension séquentielle).

Synthèse

Tout au long de l'étape étudiée (et de manière plus générale dans la séquence), M vise la réussite de la tâche et passe du temps à faire expliciter par les élèves la manière de réussir, mais sans leur fournir les mots pour le dire.

L'apport par M du geste, du nombre de plis à prendre en compte dans le milieu, ainsi que ses questions successives portant l'attention des élèves sur le geste de reproduction de manière de plus en plus précise (le geste, puis le pli à réaliser, puis la manière de le réaliser), instaurent un milieu didactiquement assez pauvre. M se réfère systématiquement au monde matériel et reste dans une proximité langagière (Robert, 2015) avec les élèves en employant le lexique des couleurs et des objets de l'espace sensible : il ne fait pas de lien entre ce que les élèves perçoivent (« c'est tout en entier », « la moitié du rouge ») et les objets géométriques (un carré, un rectangle « demi-carré ») ; il apporte peu de vocabulaire (« surface », « carré », « moitié d'un côté », « moitié d'une surface », « superposer »). Par conséquent, les élèves restent dans les évocations matérielles (liées à la perception) dans lesquelles l'usage du lexique géométrique n'a pas de raison d'être. Pourtant l'usage « d'un vocabulaire géométrique en lien avec les figures » ainsi que la reconnaissance de certaines figures ou de propriétés (comme la présence d'axes de symétrie), sont des objectifs identifiés lors de la préparation de la séquence par M (ils apparaissent dans sa fiche de préparation).

Dans cette classe les élèves sont rapidement placés en position d'agissants grâce à des verbes d'action utilisés par l'enseignant. De plus, le langage de M réfère essentiellement au milieu objectif et force

quelques passages dans le milieu de référence mais aucun dans le milieu d'apprentissage. Ainsi les élèves sont essentiellement dans une position d'agissants dans le milieu objectif et quelquefois en position d'apprenants. M ne construit finalement ni le milieu de référence, ni celui d'apprentissage. Ceci révèle l'absence d'identification des enjeux géométriques, l'enjeu général de la séance mise en œuvre portant sur l'attitude des élèves, notamment faire des essais et s'investir dans la tâche.

De manière générale, M n'aide pas les élèves à dépasser l'appréhension perceptive dans l'analyse de la figure. Les compétences à construire comme l'identification des côtés des carrés en tant que droites ou segments (déconstruction dimensionnelle) ou la décomposition / recombinaison figurale ne sont pas relevées (voir lignes 50 M à 54 Mat, 24 Qwang à 28 Qwang par exemple).

Nous notons aussi que M n'inscrit pas les élèves dans un « historique d'apprentissage » : les connaissances anciennes ne sont pas réactivées (en particulier l'usage du lexique spatial pour expliciter les procédures), les connaissances en cours d'apprentissage (portant dans cette étape sur le carré et le rectangle notamment) ne sont pas convoquées.

Dans la classe de P

Premier temps de l'analyse

Le premier épisode correspond à la présentation du modèle. P installe le milieu en invitant les élèves à remettre le PLIOX dans la « position de départ » précédemment définie et en jouant sur la possibilité d'orientation du PLIOX :

1 P : Allez, vous remettez le PLIOX comme au départ, d'accord ? (...)
Le jaune en haut à gauche et le rouge en haut à droite. (...) Toujours la même consigne. C'est quoi la consigne, d'ailleurs ? Manuel, tu rappelles la consigne, un peu ? (...)

Ainsi le modèle et le PLIOX de chaque élève sont orientés de la même manière, ce qui limite la nécessaire modification positionnelle liée au passage au plan fronto-parallèle. P s'assure de la compréhension du problème en renvoyant la formulation de la consigne à la classe, puis en la reformulant. A ce moment de la séance (il s'agit de la troisième reproduction à l'aide du PLIOX dans cette classe), la dévolution de la tâche est réalisée et les élèves se mettent immédiatement au travail.

Contrairement à M, P n'organise pas un épisode d'analyse de la figure modèle avant sa reproduction, mais choisit plutôt de faire ultérieurement analyser une production erronée.

Pendant la recherche, il circule dans la classe et régule la mise au travail des élèves sans intervenir dans la réalisation de la tâche. Au bout de quelques minutes, presque tous ont réussi un pliage mais l'ambiguïté du modèle conduit à certaines productions « approximatives ». Nous portons notre attention sur les échanges qui ont lieu durant les deux épisodes collectifs qui s'ensuivent.

P organise d'abord l'analyse collective d'une production incorrecte (Figure 7). Il modifie ainsi le problème posé aux élèves : il s'agit de comparer la production de Julia avec la figure modèle au tableau :

20 P : *Qu'est-ce que tu as fait quand tu as changé ?* // Bon, déjà, ici, est-ce que c'est pareil que moi ? // *Qu'est-ce qui change, Julia ?*

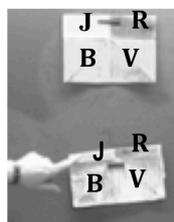


Figure 7. – Comparaison de la figure modèle et de la production de Julia

Le fait que P n'ait pas organisé d'analyse préalable de la figure modèle le conduit à concentrer l'attention des élèves sur « ce qui change ». Les échanges suivants montrent que les questions successives de P (en italique) amènent les élèves à affiner leurs réponses et les conduisent vers l'identification des figures en jeu (surlignées) :

24 P : *Qu'est-ce que c'est qui est plus petit ?* // Sarah, qu'est-ce que c'est qui est plus petit ?

25 Sarah : Les carrés.

26 P : *Quels carrés ? // Qu'est-ce que c'est qui est plus petit, là ? Lou ?*

27 Lou : Le jaune et le rouge.

28 P : *Et le jaune et le rouge, ce sont ... quoi ? Line ?*

29 Line : Les deux couleurs qui sont en haut.

30 P : *D'accord que ce soient des couleurs, mais quelles formes géométriques ?*

31 Nans : Des carrés !

32 P [fait non de la tête] : *Le jaune et le rouge, ce sont des carrés qui sont plus petits ?*

33 Moris : Ce sont des rectangles.

Une dernière question de l'enseignant (« Et ici, ce sont des rectangles? », 36 P) revient sur le problème posé en permettant la caractérisation de la différence entre la production de Julia et la figure

modèle : Julia a bien obtenu des rectangles, mais ils ne sont pas de la même taille que ceux du modèle. Ce constat aurait pu être mis à profit pour revenir sur les caractéristiques du rectangle (en tant qu'objet théorique). Ce n'est pas le choix retenu par P qui propose une discussion collective portant sur manière d'obtenir des rectangles de même taille que sur le modèle. Ses questions (en italique) incitent à plusieurs reprises à l'explicitation de la procédure et conduisent les élèves à identifier un élément figural 1D – la médiane – ainsi que le rapport entre les carrés jaunes et rouges et les rectangles obtenus par pliage (surligné) :

43 P : Donc pour avoir des rectangles qui soient comme les miens, comme sur mon pliage à moi, que fallait-il faire ? // Allez, Nina, explique. Viens au tableau et explique. (...)

45 P : Moi je l'ai vu faire autrement. /Je l'ai vu faire autrement pour avoir deux rectangles exactement comme les miens, jaunes et rouges. *Comment tu as fait, Luc ? (...)// comment as-tu fait pour avoir/ des rectangles, des rectangles rouge et jaune de la même taille que les miens/ au tableau ? (...)*

47 P : Noël, tu as trouvé ? / *Et bien viens au tableau et explique-nous. Vous allez nous dire, vous, si vous avez fait de la même façon.*

48 Noël : En fait, là, il y avait un p'tit trait et là... et là... un pliage. Et là fallait les plier et puis après là j'ai fait comme au tableau.

49 P : Bon, tu as plié sur le même pli, et on avait exactement la même figure qu'au tableau.

50 Nans : Maître ! Fallait plier la moitié du carré.

51 P : Voilà. Fallait plier la moitié du carré. Et on obtient la même figure. D'accord ?

La formulation des questions de l'enseignant renvoie la validation au groupe classe, insiste sur l'évocation de l'action et fait donc amener par les élèves des éléments de savoir. Nous constatons que les reformulations par P de ces éléments sont associées à la validation :

34 P : Très bien Moris, le jaune et le rouge ce sont des rectangles.(...)

36 P : Ce sont des rectangles. Eh oui, ce sont des rectangles !

Cependant dans la synthèse (51 P), P ne revient ni sur l'identification de la médiane du carré, ni sur les relations entre carré et rectangle « demi-carré ».

Deuxième temps : analyse en lien avec les niveaux de milieu

A travers l'utilisation de verbes d'action (soulignés dans le texte), P incite les élèves à passer d'une position d'élèves objectifs à élèves agissants. Par ailleurs, il enrichit le milieu matériel en mettant l'accent sur les positions des figures internes de la figure modèle.

1 P : Allez, vous remettez le PLIOX comme au départ, d'accord ? Ça y est ? Alors on le remet comme au départ, attention, hein ! Allez

Fiona, regarde ! Voilà, c'est bien ! Le jaune en haut à gauche et le rouge en haut à droite. (...) Toujours la même consigne. C'est quoi la consigne, d'ailleurs ? Manuel, tu rappelles la consigne, un peu ? Comment faire ? Julia, qu'est-ce qu'il faut faire ? (...) On n'entend pas ! Nans ?

P utilise des expressions (soulignées dans le texte) incitant les élèves à réfléchir sur leurs actions et à se placer en position d'apprenants comme par exemple dans les échanges ci-dessus et ci-après.

20 P : (...) Qu'est-ce que tu as fait quand tu as changé ? // Bon, déjà, ici, est-ce que c'est pareil que moi ? // Qu'est-ce qui change, Julia ? s(...)

23 Julia : C'est plus petit.

24 P : Qu'est-ce que c'est qui est plus petit ? // Sarah, qu'est-ce que c'est qui est plus petit ?

25 Sarah : Les carrés.

26 P : Quels carrés ? // Qu'est-ce que c'est qui est plus petit, là ? Lou ?

43 P : Donc pour avoir des rectangles qui soient comme les miens, comme sur mon pliage à moi, que fallait-il faire ? (...) Allez, Nina, explique. Viens au tableau et explique.

45 P : (...) comment as-tu fait pour avoir/ des rectangles, des rectangles rouge et jaune de la même taille que les miens/ au tableau ?

L'enseignant (43P, 45P) vise aussi à l'explicitation de la procédure de reproduction en lien avec l'appréhension séquentielle.

Il emploie une gestuelle et un langage de validation (en gras) qui cherchent à maintenir les élèves dans la position d'apprenants :

32 P [**fait non de la tête**] (...)

34 P : **Très bien Moris, le jaune et le rouge ce sont des rectangles.** *Ici, ce sont des rectangles ?*

Par des questions P cherche à forcer le passage vers le milieu de référence (en italique) :

28 P : *Et le jaune et le rouge, ce sont ... quoi ?* Line ?

29 Line : Les deux couleurs qui sont en haut.

30 P : D'accord que ce soient des couleurs, *mais quelles formes géométriques ?* (...)

31 Nans : Des carrés !

32 P [**fait non de la tête**] : *Le jaune et le rouge, ce sont des carrés qui sont plus petit ?*

33 Moris : Ce sont des rectangles.

Mais toutes les occasions ne sont pas prises comme l'illustre l'extrait suivant :

48 Noël : En fait, là, il y avait un p'tit trait et là / et là /un pliage. Et là fallait les plier et puis après là j'ai fait comme au tableau.

49 P : **Bon**, tu as plié sur le même pli, et on avait exactement la même

figure qu'au tableau.

50 Nans : Maître ! Fallait plier la moitié du carré.

51 P : **Voilà**. Fallait plier la moitié du carré. Et on obtient la même figure. D'accord ?

Lorsque Noël met en évidence le pli qui permet de réaliser le modèle, P en reformulant sans évoquer une médiane maintient les élèves dans le milieu objectif. De même lorsqu'il confirme la relation entre le carré et le rectangle « demi-carré » (en gras) en s'appuyant sur la perception.

P déclenche aussi des opportunités pour construire le milieu d'apprentissage, mais ne les met pas à profit. C'est le cas lorsqu'il met en évidence l'existence de figures de tailles différentes pouvant être identifiées à des rectangles :

36 P : Ce sont des rectangles. Eh oui, ce sont des rectangles ! Et ici, ce sont des rectangles ?

37 EE : Oui ! Non ! Si !

38 P : Le jaune et le rouge ce sont des ?

39 Nans : C'est des rectangles fins !

40 P : Le jaune et le rouge sont aussi des rectangles. Par contre/

41 Nans : Mais c'est des rectangles ! Mais ils sont plus fins !

42 P : Ici, ils sont plus fins. Ils sont plus petits que ceux en haut.

Ces échanges auraient pu déboucher sur la mise en lumière des propriétés conduisant à qualifier ces figures de rectangles (en lien avec l'appréhension discursive), mais ce n'est pas le choix de P. L'enseignant conclut au contraire cet échange en s'appuyant sur la perception pour souligner l'écart de taille et justifier l'invalidité de la production de Julia, ce qui maintient de nouveau les élèves dans le milieu objectif.

Enfin P n'incite pas les élèves à identifier différentes figures (figure externe, sous-figures), ni ne les met en évidence : les décompositions / recompositions figurales ne sont pas abordées.

Synthèse

Dans la classe de P, les élèves sont effectivement placés devant un problème de géométrie (reproduction de figure).

Le langage employé par P dans la phase de dévolution conduit à une modification du milieu matériel et participe lors des phases de formulation à l'enrichissement du milieu objectif.

Lors des phases de formulation, les interventions de l'enseignant visent d'abord à forcer le passage vers le milieu de référence et à faire passer les élèves de la position d'agissants à celle d'apprenants. L'appréhension séquentielle est ici abordée, elle sera développée en

séance 3, lorsque les modèles proposés nécessiteront au moins deux pliages.

Nous notons que l'enseignant provoque des opportunités pour construire le milieu d'apprentissage : il met l'accent sur l'usage du lexique géométrique et spatial ; il fait comparer différents rectangles. Cependant, que ce soit pour référer aux figures ou pour valider, P s'appuie sur la perception ce qui renvoie au milieu objectif. Il n'explique pas non plus les raisons qui justifient l'identification des objets géométriques, ce qui ne permet pas d'induire le passage vers le milieu d'apprentissage. Finalement, au cours de l'étape étudiée, P construit partiellement le milieu de référence. Il semble vouloir placer ses élèves en position d'apprenants, même si en réalité la position des élèves oscille entre celle d'élèves agissants et celle d'élèves apprenants. Il ne décontextualise pas et par suite ne contribue pas à l'enrichissement du milieu d'apprentissage, voire à sa construction. Par ailleurs il ne propose pas d'exposition de connaissances, même à la toute fin de la séance.

Tout au long de la séquence (et l'étape étudiée en est un exemple), P vise la production d'un discours sur les procédures à envisager (ce qui est en lien avec l'appréhension séquentielle) et veille à la précision des formulations et à l'emploi du lexique géométrique et spatial. Il fait ainsi en sorte que les élèves puissent nommer certaines figures matérielles reconnues en travaillant sur le PLIOX, mais n'aborde pas les caractéristiques des figures géométriques qu'elles représentent (en lien avec l'appréhension discursive), ni leurs relations (la moitié d'un carré), ni ne revient sur les décompositions / recompositions figurales. A l'issue de la séquence, P conclut d'ailleurs sur le lexique employé en mettant en évidence les différentes catégories auxquelles les mots font référence : couleurs, éléments figuraux 2D (« carré, triangle, rectangle »), 1D (« diagonale » sous forme de plis, médianes désignées par leur orientation « l'horizontale », « la verticale », côtés du modèle) et 0D parmi lesquels les élèves notent les sommets.

CONCLUSION

Notre étude, placée dans le cadre de la théorie des situations, porte sur des mises en œuvre d'une situation d'action en géométrie.

Pour la réaliser nous nous sommes appuyé à la fois sur les outils de la théorie des situations (analyse *a priori*, structuration du milieu) et sur les travaux concernant le rapport aux figures. En articulant les niveaux d'appréhension d'une figure avec la structuration du milieu, nous avons mis en évidence que l'appréhension perceptive relève du seul milieu objectif M-2, que l'appréhension opératoire, en jeu dans

M-2, s'exprime dans le milieu de référence M-1, que l'appréhension séquentielle relève de M-1 et enfin que l'appréhension discursive peut émerger dans M-1 mais se concrétise dans le milieu d'apprentissage M0.

L'analyse *a posteriori* s'est déroulée en deux temps.

Nous avons d'abord fait fonctionner une grille d'analyse qui interroge les interactions langagières des enseignants avec leurs élèves « à travers la fonction didactique qu'elles remplissent » (Bosch & Perrin-Glorian 2013, p.282). Nous avons constaté que dès le moment de la dévolution, le premier enseignant (M) changeait la situation par ses interventions orales et par la réalisation de l'action devant les élèves, donnant ainsi le moyen à ces derniers de réussir la tâche (transformée) sans vraiment rencontrer les savoirs visés. Nous avons aussi mis en exergue l'absence d'identification d'enjeux de savoirs. Par ailleurs nous avons remarqué que, tout au long de la séquence, le deuxième enseignant (P) encourageait ses élèves à employer un lexique géométrique et spatial. Cependant nous avons observé que les deux enseignants insistaient peu sur les savoirs géométriques en jeu, bien que les élèves aient reconnu certaines figures, assimilé un pli à un trait droit annonciateur d'une droite ou d'un segment, ou bien mis en évidence des relations entre certaines figures reconnues dans l'activité (entre carré et rectangle « demi-carré » notamment).

Dans un deuxième temps, à un grain plus fin, nous avons pointé de quelle manière les interactions langagières des enseignants avec leurs élèves intervenaient dans la dynamique des niveaux de milieu, mais également à quelles positions et à quels niveaux d'appréhension des figures ont été amenés les élèves. Nous avons ainsi constaté l'impact de ces interactions sur la position des élèves à différents niveaux de milieu et sur son évolution, déjà repéré par (Bulf & al. 2015). Nous avons noté que les élèves étaient rapidement placés en position d'agissants grâce à des verbes d'action employés par les deux enseignants. Nous avons souligné les passages d'élèves objectifs à élèves agissants en phase de dévolution dans les deux classes, d'élèves agissants à élèves apprenants dans certains moments collectifs de formulation dans la classe de P. Inversement, nous avons pu constater que l'absence de certains marqueurs langagiers chez les deux enseignants (en lien avec l'exposition de connaissances), avait pour conséquence l'absence de positionnement élève, mais aussi la non construction du milieu d'apprentissage. Nous avons aussi mis en lumière que le langage de l'enseignant pouvait forcer le passage d'un niveau de milieu à un autre (du milieu matériel vers le milieu objectif pour M et P ; du milieu objectif vers le milieu de référence pour P) ou *a contrario* maintenir les élèves dans un niveau de milieu (le milieu

objectif pour M, quelquefois le milieu de référence pour P). Nous avons également remarqué des opportunités ratées de changement de milieu (par exemple quelques-unes des interventions de P auraient pu conduire au milieu d'apprentissage).

Concernant les niveaux d'appréhension d'une figure, nous avons constaté que l'appréhension perceptive était essentiellement convoquée, même si dans les phases d'action l'appréhension opératoire pouvait l'être aussi (en accord avec l'analyse *a priori*). Dans les phases collectives des deux classes, nous avons observé des occasions manquées de travailler sur d'autres niveaux d'appréhension figurale : appréhension discursive pour P, déconstruction dimensionnelle pour M. Nous avons établi que P abordait en outre l'appréhension séquentielle nécessitant l'usage du lexique géométrique – celle-ci fera d'ailleurs l'objet d'une attention de plus en plus soutenue de la part de P dans la suite de sa séquence. Enfin nous n'avons relevé aucune formulation abordant la décomposition / recombinaison figurale, pourtant au cœur de la "situation PLIOX".

L'instauration de ces différents rapports des élèves aux milieux ne sont pas sans conséquence. Nous avons ainsi observé qu'au cours de la séquence, les élèves des deux classes identifiaient de plus en plus aisément les formes monochromes (carrés, rectangles, triangles) composant les figures modèles, en lien avec l'appréhension perceptive. Cependant aucune recombinaison figurale n'a été proposée par les élèves⁷. Concernant l'appréhension séquentielle, nous avons pu constater que dans la classe de P, contrairement à celle de M, les formulations des élèves pour expliciter la reproduction des modèles se faisaient de plus en plus précises, avec un emploi correct du vocabulaire de position et de plus en plus majoritairement du vocabulaire géométrique pour désigner les éléments figuraux. Enfin les élèves de ces deux classes ne se sont jamais appuyés sur les propriétés des figures simples pour les identifier ou pour justifier de leur identification (en lien avec l'appréhension discursive).

Notre étude a ainsi révélé un dysfonctionnement qui consiste « à privilégier l'activité, le « faire », les attitudes, aussi bien des élèves que du professeur » (Margolinas & Laparra 2008, p.10) et qui conduit

⁷ A titre de comparaison, lors de nouvelles expérimentations menées dans des classes dans lesquelles l'appréhension opératoire a été explicitement abordée par l'enseignant, des décompositions figurales de figures monochromes qui s'appuyaient sur le réseau de droites révélé par les plis, ainsi que des recombinaisons figurales polychromes ont été plusieurs fois proposées par les élèves.

les enseignants « à reléguer à l'arrière-plan les connaissances et les savoirs » (Ibid., p.11). Ceci a pour conséquence l'absence de construction d'un milieu d'apprentissage. Dans le cadre de l'enseignement de la géométrie de l'école primaire, ce dysfonctionnement se double d'une absence de prise en considération des différents traitements d'une figure géométrique dans le registre figural. Il se traduit dans cette situation, d'une part par l'emploi (par les élèves et l'enseignant) d'un lexique référant essentiellement à l'espace sensible (objets matériels ou couleurs), et d'autre part par une absence de mise en lien avec les concepts géométriques assortie d'un manque de prise en compte de différents niveaux d'appréhension.

Les résultats présentés portent sur la mise en œuvre de la situation par deux enseignants expérimentés mais qui ne sont plus en charge de la géométrie depuis plus de dix ans. Réaliser l'étude sur de nouvelles mises en œuvre avec des enseignants d'expériences différentes (notamment en charge de l'enseignement de la géométrie) devrait permettre d'enrichir nos résultats concernant notamment la prise en charge des différents niveaux d'appréhension d'une figure.

Par ailleurs il est possible que la nature de la "situation PLIOX" (conçue comme situation d'action et non de formulation) ait pour conséquence une identification et une formulation des savoirs moins problématisées, les rendant plus difficiles à prendre en charge par l'enseignant (en particulier s'il rencontre des difficultés pour repérer les enjeux didactiques et cognitifs de la tâche). Ces résultats ouvrent alors des pistes concernant la proposition de situations d'enseignement construites avec la théorie des situations. Ils questionnent notamment sur la nécessité de développer des séquences prenant en compte non seulement la dialectique de l'action mais aussi la dialectique de la formulation, voire celle de la validation comme le suggèrent Mathé et Mithalal (2019). Ce travail conduit également à engager une réflexion portant sur la production de ressources, en particulier sur la nécessité d'assortir les scénarii didactiques d'éléments d'accompagnement (tels que des éclairages didactiques et / ou pédagogiques, des propositions de formulations, etc.) pour aider les enseignants à assurer une réelle activité mathématique dans la classe et permettre « une mise en relation d'indications données à un grain très fin avec des éléments d'analyse *a priori* (procédures, variables didactiques, enjeux de savoir) » (Allard, Guille-Biel Winder & Mangiante-Orsola 2019, p.321).

REFERENCES

- ALLARD C., GUILLE-BIEL WINDER C., MANGIANTE-ORSOLA M. (2019) De l'étude de pratiques enseignantes en géométrie aux possibilités d'enrichissement de ces pratiques: focale sur l'exercice de la vigilance didactique. In S. Coppé, E. Roditi et al. (dir.) *Nouvelles perspectives en didactique : géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques* (pp. 301-327). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- ARZARELLO F., PAOLA D., ROBUTTI O., SABENA C. (2009) Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics* 70(2) 97-109.
- BERTHELOT R., SALIN M-H. (1999-2000) L'enseignement de l'espace à l'école primaire. *Grand N* 65, 37-59.
- BLOCH I. (2002) Différents niveaux de modèles de milieu dans la Théorie des Situations. In Dorier J.-L., Artaud M., Berthelot R. et Floris R. (eds.) *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 125-140) Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BOSCH M., PERRIN-GLORIAN M.-J. (2013) Le langage dans les situations et les institutions. In Bronner A., Bulf C., Castela C., Georget J.-P., Larguier M., Pedemonte B., Pressiat A. et Roditi E. (eds.) *Actes de la 16^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 267-302). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (1986). La relation didactique : le milieu. In *Actes de la IV^{ème} école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 54-68) Paris : Irem Paris 7.
- BROUSSEAU G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BROUSSEAU G. (2001). Les propriétés didactiques de la géométrie élémentaire. L'étude de l'espace et de la géométrie. In *Actes du séminaire de Didactique des Mathématiques*. Rethymon 2000 (pp. 67-83). Grèce : Université de Crète.
- BULF C., MATHE A-C., MITHALAL J. (2011) Language in geometry classroom. Proceedings of the 7th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME7), *Conference European of Research in Mathematics Education*, Rzeszow (2011) Poland, 649-659.
- BULF C., MATHE A-C., MITHALAL J. (2014) Apprendre en géométrie, entre adaptation et acculturation. Langage et activité géométrique. *Spirale Revue de recherche en éducation* 54, 29-48.
- BULF C., MATHE A-C., MITHALAL J. (2015) Langage et construction de connaissances dans une situation de résolution de problème en géométrie. *Recherches en didactique des mathématiques* 35(1) 7-36.
- BULF C., MATHE A-C., MITHALAL J., WOZNIAK F. (2013) Le langage en classe de mathématiques : regards croisés en TSD et TAD. In Bronner A., Bulf C., Castela C., Georget J.-P., Larguier M., Pedemonte B., Pressiat A. et Roditi E. (eds.) *Actes de la 16^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 267-302) Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CELI V., PERRIN-GLORIAN M.-J. (2014) Articulation entre langage et traitement des figures dans la résolution d'un problème de construction en géométrie. *Spirale, Revue de Recherches en Education* 54, 151-174.
- DUVAL R. (1988) Approche cognitive des problèmes de géométrie en termes de congruence. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 1, 57-74.
- DUVAL R. (1994) Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométrique. *Repères IREM* 17, 121-138.
- DUVAL R. (1995) *Sémiosis et pensée humaine*. Berne : Peter Lang.

- DUVAL R. (2003) Décrire, visualiser ou raisonner : quels « apprentissages premiers » de l'activité mathématique ? *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 8, 13-62.
- DUVAL R., GODIN M. (2005) Les changements de regard nécessaires sur les figures. *Grand N* 76, 7-27.
- DUVAL R., GODIN M., PERRIN-GLORIAN M.-J. (2005) Reproduction de figures à l'école élémentaire. In Castela C. et Houdement C. (eds.) *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques 2004* (pp. 6-89) Paris : IREM de Paris 7.
- GUILLE-BIEL WINDER C. (2013) Reproduction de figures en CP/CE1 : La situation du PLIOX. *Les cahiers du laboratoire de didactique André Revuz* 6.
- GUILLE-BIEL WINDER C. (2014) Etude d'une situation de reproduction de figures par pliage en cycle 2 : le PLIOX. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 19, 103-128.
- HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2000) Formation des maîtres et paradigmes géométriques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 20(1) 89-116.
- HOUEMENT C., KUZNIAK A. (2006) Paradigmes géométriques et enseignement de la géométrie. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 11, 175-193.
- LABORDE C., CAPPONI B. (1994) Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en didactique des mathématiques* 14(1-2) 165-209.
- MARGOLINAS C. (1995) La structuration du milieu et ses apports dans l'analyse a posteriori des situations. In Margolinas C. (coord.) *Les débats de didactique des mathématiques, annales 1993-1994*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MARGOLINAS C. (2002) Situations, milieux, connaissances : analyse de l'activité du professeur. In Dorier J.-L., Artaud M., Berthelot R. et Floris R. (eds.) *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 141-156). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MARGOLINAS C. (2004) *Points de vue de l'élève et du professeur. Essai de développement de la Théorie des situations didactiques*. Note de synthèse pour l'habilitation à diriger les recherches, Université de Provence.
- MARGOLINAS C., LAPARRA M. (2008) Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. In *Actes du colloque Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation 2008*.
- MATHE A.-C., MITHALAL J. (2019) L'usage des dessins et le rôle du langage en géométrie: quelques enjeux pour l'enseignement. In Coppé S., Roditi E. et al. (dir.) *Nouvelles perspectives en didactique; géométrie, évaluation des apprentissages mathématiques* (pp. 47-85). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- MAUREL M., SACKUR S. (2002) La presqu'île, introduction aux fonctions à deux variables en DEUG, analyse en terme de structuration du milieu d'une situation en classe ordinaire. In Dorier J.-L., Artaud M., Berthelot R. et Floris R. (eds.) *Actes de la 11^e école d'été de didactique des mathématiques* (pp. 167-175). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- PARZYSZ B. (1988) Knowing vs. Seeing. Problems of the plane representation of space geometry figures. *Educational Studies in Mathematics* 19(1) 79-92.
- REBIERE M. (2013) S'intéresser au langage dans l'enseignement des mathématiques, pour quoi faire?. In Bronner A., Bulf C., Castela C., Georget J.-P., Larguier M., Pedemonte B., Pressiat A. et Roditi E. (eds.) *Actes de la*

16e école d'été de didactique des mathématiques (pp. 219-232). Grenoble : La Pensée Sauvage.

ROBERT A. (2015) Une analyse qualitative du travail des enseignants de mathématique du second degré en classe et pour la classe: éléments méthodologiques. In Lenoir Y. et Esquivel R. (dir.) *Procédures méthodologiques en acte dans l'analyse des pratiques d'enseignement; approches internationales* (pp. 373-400). Longueuil : Groupéditions Éditeurs.

SALIN M.-H. (2008) Du CM2 à la sixième : quelques pistes pour une transition plus efficace (2ème partie). *PLOT* 14, 2-9.

ANNEXE 1 : DEROULEMENT DE L'ETAPE DANS LES DEUX CLASSES

Classe de M (durée totale 10'10)	Classe de P (durée totale 6'25)
Présentation du modèle (0'32)	Consigne (0'50)
Analyse collective du modèle (3'00)	
Travail individuel (2'18)	Travail individuel (1'31)
Correction collective (4'20)	Analyse collective d'une procédure incorrecte (3'55)
	Discussion collective portant sur la procédure correcte (2'09)

ANNEXE 2 : TRANSCRIPTION DE L'ETAPE - CLASSE DE M⁸

Episode 1 –Présentation du modèle

1. M : Et je vais vous/je vais/faire une autre figure. Et vous regardez bien. Et vous vous ne touchez pas votre/ Nicolas ! Tu le poses maintenant. Donc je rouvre [M déplie le PLIOX]. Oh ! Je vais plier. Ohlala. [M plie devant les élèves en montrant bien son geste].
2. EE: Oh, c'est pas dur ! C'est super dur !

Episode 2 - Analyse de la figure

3. M : Ah stop ! On ne touche à rien ! Je voudrais juste/non, non, non, non France. Attends ma grande. Je voudrais juste qu'on me dise ce qu'on voit, les remarques qu'on peut faire sur ce qu'on voit. Sonia ?
4. Sonia : On voit en fait que/que /y a le bleu et le vert qu'on voit, et le jaune et le rouge qu'on voit à la moitié. Et/et t'as/ et t'as plié le/ la moitié du rouge et du jaune.
5. M : Oui, est-ce que tout le monde est d'accord avec Sonia ?
6. E : Oui.
7. M : Oui, hein. Euh: Julie ?
8. Julie : Et ben en fait, ce que t'as fait c'est que tu/tu les as/tu les as remis droits, après tu as/t'as vu que il fal/que/t'as vu qu'il fallait pas qu'on plie tout sinon ça faisait pas cette forme alors t'as plié un peu.
9. M : J'ai plié un peu, donc Sonia elle dit que j'ai plié à ?
10. EE : Moitié
11. M : A la moitié/de la couleur jaune et de la couleur rouge. Thérèse.
12. Thérèse : Surtout, et beh//, tu as/n'as pas plié le vert et le bleu parce que sinon et beh/, on voy/ on savait pas c'était quoi comme forme ; mais si tu pliais que ça la moitié de l'autre et beh ça faisait une forme.
13. M : D'accord. Thaïs elle veut. C'est bien Thaïs de prendre la parole, je suis très contente.
14. Thaïs : Et ben, y a quatre pointes sur/les côtés.
15. M : Oui, oui, oui. [M montre le modèle présenté au tableau] Et là j'ai quatre pointes aussi ?
16. EE : Oui// Non//
17. M : Tu veux venir nous montrer les pointes, heu/Thaïs ? Non, mais c'est vrai qu'on a quatre pointes, hein.
18. Thaïs [pointe chaque sommet du modèle présenté au tableau] : Un, deux,

⁸ Dans les transcriptions, tous les prénoms ont été changés.

- trois, quatre.
19. M : Oui, très bien. Et tout à l'heure, j'avais quatre pointes aussi ?
20. EE : Oui, oui.
21. M : Alex, tu veux parler ?
22. Alex : Non
23. M : Tu te réveilles ? Vous avez... oui, Qwang ?
24. Qwang : Y'a la moitié du rouge/non/du jaune et du rouge , et/et/et le bleu et le vert c'est/tout en entier.
25. M : Et la surface du carré bleu et du vert est restée ...
26. EE : Entiers.
27. M : Entière. Est restée la même. Oui.
28. Qwang : Et que le jaune et le rouge, ils sont à moitié.
29. M : D'accord. Et Julie elle veut encore nous dire quelque chose.
30. Julie : Avant, quand t'avais fait l'autre forme, on voyait que le/que le jaune et le rouge. Maintenant/on voit toutes les couleurs.
31. M : Voilà, voilà.
32. Qwang : Et la moitié du jaune et du rouge.
33. M : On voit toutes les couleurs, mais le jaune et le rouge, vous venez de le dire, on les voit à moitié. Bon, alors, vous allez reproduire cette figure. Attention, on n'avait qu'un seul pli, hein !

Episode 3 – Travail individuel

34. M : Je vais vérifier mais, hé, hé, c'est pas bon ! Regarde un peu, est-ce que tu es à la moitié, là ? . XXX. Qu'est-ce que tu dis Rob ? XXX Alors tu nous l'expliqueras/tu nous l'expliqueras après. Thaïs, oui, réfléchis. Est-ce que tu as la moitié, là ? Non, tu n'es pas convaincue. Comment tu peux faire pour avoir la moitié ? XXX Ben essaye. XXX Est-ce que tu as la moitié des deux côtés, là ? Non, tu n'es pas convaincu. Essaie de te débrouiller pour avoir la moitié, alors. Comment tu as fait, alors ?
35. M : Ah, tu as la moitié tu penses tu as la moitié ? XXX Mais tu as fait combien de plis, là ? Et moi j'ai dit combien de plis ? Combien j'ai fait de plis, moi, tout à l'heure ?
36. Thaïs : Un.
37. M : Oui, alors il faut que tu te débrouilles avec un pli. ... C'est bien Thaïs, parce que tu cherches aujourd'hui. [Maël montre sa réalisation (mal pliée)]. C'est pas grave. [Maël ajuste le côté à plier le long de la médiane qui lui est parallèle] Ah, bravo ! Maintenant on se débrouille ! [Maël effectue le pliage correct]

Episode 4 – Mise en évidence collective d'une procédure correcte

38. M : Alors vous allez poser sur la table maintenant que vous avez... Alors je vois qu'il y a des élèves qui s'en sont sor-/qui ont/reproduit sans difficulté, d'autres qui ont tâtonné, et puis certains/non mais attends je t'ai pas interrogé, bon/et puis, beh écoutez, on va/on va/en discuter, et puis comme à ça on va/on va s'entraider. Moi, je voudrais savoir/comment vous avez fait. Alors déjà, pose bien ta feuille comme moi j'ai posé/j'ai/affiché au tableau. Comment/heu/vous avez fait, réalisé, la même figure que celle affichée au tableau ? Ben Mat ?
39. Mat [montre la médiane du carré] : Avec le trait.
40. M : Le trait. Alors viens au tableau et explique/Viens au tableau, viens devant le tableau avec la feuille et explique ce que c'est que ce trait. Vas-y.
41. Mat : Ben le trait/
42. M : Alors tu/tu vas venir comme ça, tu vois, tu vas te tourner. Vas-y, on t'écoute.
43. Mat [montre la médiane du carré du côté non coloré du PLIOX] : C'est le trait qui nous aide.

44. M : Alors... oui... Alors Mat nous dit quelque chose de bien intéressant, il a fait une bonne remarque. Il dit c'est le trait qui nous aide [M pointe la médiane du carré du côté non coloré du PLIOX]. Essaie d'expliquer encore XXX Ce trait, il est au dos de ta feuille et t'a aidé. Alors/qu'est-ce que tu peux dire d'autre ?
45. Mat [plie en plaçant le côté sur la médiane] : Euh... avec le trait on...on s'aide.
46. M : On s'aide pour faire quoi ?
47. Mat : Pour faire ça [montre l'ajustement entre le côté et la médiane].
48. M : C'est-à-dire ? XX Pour ??
49. EE : Plier le papier !
50. M : Pour plier le haut de ta feuille et mettre comment ? XX C'est bien Mat, essaie d'aller/euh/jusqu'au bout./Alors, tu as remarqué qu'il y avait un trait [montre la médiane côté non coloré du PLIOX] et là, ç'a été un repérage pour plier le haut de ta feuille.
51. Mat [désigne le côté du PLIOX et la médiane] : Il faut le mettre à la pointe.
52. M : Il faut le mettre à la pointe, dit-il. Est-ce que/c'est exactement ça ? C'est pas mal hein déjà ! Est-ce que c'est exactement ça ?
53. EE : Oui.
54. Mat : Il faut replier jusqu'au trait.
55. M : Alors tu dis que tu replies comment ? Thérèse ?
56. Thérèse : Jusqu'au trait.
57. M : C'est-à-dire ?
58. Thérèse : C'est-à-dire qu'on met là/là/ça/au trait aussi/c'est-à-dire qu'on met ça au trait.
59. M : Alors on met au trait, comment on dit ? Comment/on n'a pas des mots, une expression plus/parce que si tu dis ça à une autre classe, les élèves ne vont certainement pas comprendre. Sonia ?
60. Sonia : En fait on plie à la ligne, et/et après ça nous aide et/on voit. Après le derrière on voit l'autre couleur/la même couleur.
61. M : Oui. Julie ?
62. Julie : Et beh en fait, le trait et ben ça sert à/à bien le plier parce que si tu plies, et ben des fois tu peux plier tordu.
63. M : Et oui, tu peux plier tordu, donc ce/ce trait comme vous dites, qui est au milieu, donc/ce trait là qu'on voit au dos, c'est ce/c'est ce/ce trait c'est un pli, hein, c'est le/le premier pli qu'on a fait. C'est un repère pour replier cette moitié/cette partie de feuille. Qwang ?
64. Qwang [refait le premier pliage] : Avant, quand/quand on avait fait ça, ça avait touché la dernière ligne, et que maintenant ça fait ça [montre le pli sur la médiane] ça touche cette ligne-là.
65. M : Ça touche cette ligne, ça touche donc on dit qu'on... ?
66. E : S'exclame.
67. M : Qu'on... ?
68. E : S'exclame.
69. M : Qu'on s'exclame. Non ! Je ne m'exclame pas ! Qu'on/superpose. Ça vous va pas, ce mot, superpose ? ça vous dit rien ce mot, superpose ?
70. EE : Oui !

ANNEXE 3 :TRANSCRIPTION DE L'ETAPE - CLASSE DE P

Episode 1 –Présentation du modèle

1. Allez, vous remettez le PLIOX comme au départ, d'accord ? Ça y est ? Alors on le remet comme au départ, attention, hein ! Allez Fiona, regarde ! Voilà, c'est bien ! Le jaune en haut à gauche et le rouge en haut à droite. Iris !/ euh... Nico, voilà ! Est-ce que vous y êtes tous ? Non, Noël, regarde, regarde ! Est-ce que vous y êtes tous ? Oui, bon alors, c'est bon ! Cachez vos yeux et je vous en montre encore une. Allez, regardez, là. Toujours la même consigne. C'est quoi la consigne, d'ailleurs ? Manuel, tu rappelles la consigne, un peu ? [Manuel fait signe que non]. Comment faire ? Julia, qu'est-ce qu'il faut faire ? // On n'entend pas ! Nans ?
2. Nans : Il faut plier de la même façon que toi.
3. P : Voilà, pour avoir la même ...
4. E : Figure...
5. P : ... figure que moi.
6. EE: Oh, c'est pas dur ! C'est super dur !

Episode 2 –Travail individuel

[Certains élèves arrivent immédiatement à reproduire le modèle.]

7. P : Allez, je viens voir Marie.
8. Liliane [qui a déjà trouvé le pliage] : Est-ce que je peux aider Alexis, maîtresse ?
9. P : Il va trouver. Il va chercher un peu, il va trouver. Il sait exactement comment faire.
10. Line : C'est trop facile ! C'est trop facile !
11. P : Marion, tu as fini ? Tu n'as pas trouvé ?
12. Marion : Si !
13. P : Ah, bien je vois que presque tout le monde a trouvé, hein, à peu près.
14. Line : Mais oui, c'était facile !

Episode 3–Analyse collective d'une production incorrecte

15. P [à Julia qui n'a pas respecté le pliage selon la médiane secondaire] : Ah et ce que tu as trouvé, Julia, est-ce que c'est exactement euh comme ce que j'ai fait au tableau ?
16. E1: Elle a mis pas ça, elle a mis que ça ici !
17. E2: Il faut en rajouter un petit peu, là !
18. P : Alors attends, attends ! Attendez, là ! Ne parlez pas tous en même temps ! Julia, viens au tableau avec ta/ avec ton carré de couleur. Viens ici. Viens voir. [Pendant ce temps, Julia corrige sa production] Ah, mais tu as changé ! Tu triches alors ! [P refait la première production]. Tu avais fait ça, c'est ça ?
19. Julia : Oui.
20. P [affiche au tableau la production incorrecte] : Et en suite, elle a changé. Qu'est-ce que tu as fait quand tu as changé ?// Bon, déjà, ici, est-ce que c'est pareil que moi ?// Qu'est-ce qui change, Julia ?
21. EE : La petite...
22. P : Chut ! Qu'est-ce qui change ?
23. Julia : C'est plus petit.
24. P : Qu'est-ce que c'est qui est plus petit ?// Sarah, qu'est-ce que c'est qui est plus petit ?
25. Sarah : Les carrés.
26. P : Quels carrés ?// Qu'est-ce que c'est qui est plus petit, là ? Lou ?
27. Lou : Le jaune et le rouge.
28. P : Et le jaune et le rouge, ce sont ... quoi ? Line ?

29. Line : Les deux couleurs qui sont en haut.
30. P : D'accord que ce soient des couleurs, mais quelles formes géométriques ?
31. Nans : Des carrés !
32. P [fait non de la tête] : Le jaune et le rouge, ce sont des carrés qui sont plus petits ?
33. Moris : Ce sont des rectangles.
34. P : Très bien Moris, le jaune et le rouge ce sont des rectangles. [Montre les rectangles rouge et jaune du modèle] Ici, ce sont des rectangles ?
35. EE : Oui ! Oui !
36. P : Ce sont des rectangles. Et oui, ce sont des rectangles ! [montre les rectangles rouge et jaune de la production de Julia]. Et ici, ce sont des rectangles ?
37. EE : Oui ! Non ! Si !
38. P : Le jaune et le rouge ce sont des ?
39. Nans: C'est des rectangles fins !
40. P : Le jaune et le rouge sont aussi des rectangles. Par contre/
41. Nans : Mais c'est des rectangles ! Mais ils sont plus fins !
42. P : Ici, ils sont plus fins. Ils sont plus petits que ceux en haut.

Episode 4–Discussion collective portant sur la procédure correcte

43. P : Donc pour avoir des rectangles qui soient comme les miens, comme sur mon pliage à moi, que fallait-il faire ? Va t'asseoir. Y'a que Line et Nans qui veulent expliquer ? Ah ! Nina aussi elle veut bien expliquer. Marion ! Tu ne l'as pas f... Tu l'as fait ? Allez, Nina, explique. Viens au tableau et explique. Fais la maîtresse un peu. Là elle est contente, de faire la maîtresse !
44. Nina [place le PLIOX selon la même orientation que sur le tableau et fait les gestes] : Ben là, tu mets la feuille comme ça. Ben là, tu regardes bien au tableau, tu mets la longueur et tu plies à la longueur du tableau.
45. P : Moi je l'ai vue faire autrement. / Je l'ai vue faire autrement pour avoir deux rectangles exactement comme les miens, jaunes et rouges. Comment tu as fait, Luc ?//Comment as-tu fait pour avoir /viens t'asseoir Nina, merci/ comment as-tu fait pour avoir/ des rectangles, des rectangles rouges et jaunes de la même taille que les miens/ au tableau ?
46. Line : Moi, je sais !
47. P : Noël, tu as trouvé ? Et bien viens au tableau et explique-nous. Vous allez nous dire, vous, si vous avez fait de la même façon.
48. Noël [désigne la médiane] : En fait, là, il y avait un p'tit trait et là / et là / un pliage. Et là fallait les plier et puis après là j'ai fait comme au tableau.
49. P : Bon, tu as plié sur le même pli, et on avait exactement la même figure qu'au tableau.
50. Nans : Maître ! Fallait plier la moitié du carré.
51. P : Voilà. Fallait plier la moitié du carré. Et on obtient la même figure. D'accord ?